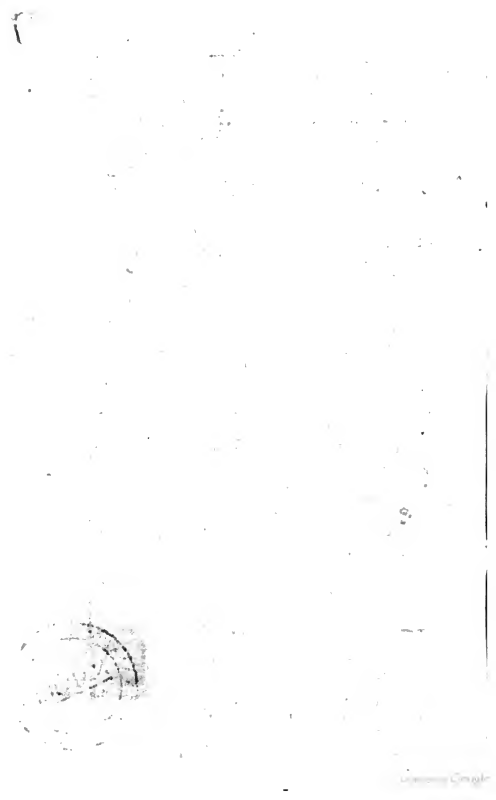
INDRIZZO DEL NVOVO SOLDATO

D'ANT. MAVRITIO VALPERGA

IALE VITTORIO EMANUELE III - BIB
POLI

INDRIZZO
DEL
NVOVO SOLDATO

Diuiso in due parti

Nella prima si tratta della Geometria prattica, e altre curiosità concernenti alla militare Architettura,

E nella seconda del modo di peruenire alla dimentione d'ogni superficie, e corpo, e come si debbia porre in pianta ogni sorte di fortezze, Città, e Prouincie, con vn breue trattato di Trigonometria molto necessaria alla prattica:

Il tutto arricchito di molte figure, per maggior intelligenza.

D'ANT. MAVRITIO VALPERGA.

Sargente Maggiore di Battaglia.

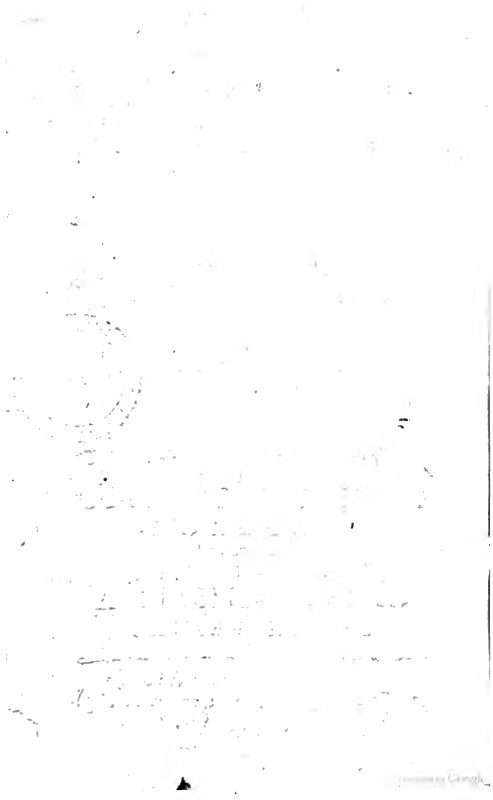
PER SVA MAESTA CRISTIANISSIMA

PARTE PRIMA.

IN NAPOLI, M,DC.LV.

Per Ettorre Cicconio. *Con Lic: de' Sup:*

Ad Instanza di Gio: Alberto Tarino.

BIBLIOTECA NAZIONALE

AL SERENIBSIMO PRENCIPE MAVRITIO DI SAVOIA

V lodeuole coſtumanza d'alcune nazioni il tributare con omaggio di lode al Sole,ò per renderli con glorioſa gratitudine le grazie,ch'ogni giorno ne riceueano,ò per offerirli, come à lor Nume, in ſacrificio i voti per ſegno di Vaſſallaggio. Così non prima dalla cuna dell'Oriente frà le braccia dell' Alba nutrice ſi vedea comparire, ch'era non meno ſalutato da gli

Digitized by Google

vccelli con dolci melodie, che acclamato dalle lor voci, preconizandoli felicissima la nascita. Chi non rauisa. V.A.S. per vn Sole splendidissimo, ò nõ hà occhio d' Aquila per fissar gli sguardi al suo lume, ò è vna talpa d'imperfettioni: mẽtre i raggi, che in lei risplendono la rendono luminosa, sono quelle Virtù che vnite nella persona di V.A. si rauuisano, la Prudenza, il Valore, la Magnanimità, la Giustitia, la Clemẽza, si veggono in Voi Serenissimo PRENCIPE, come in proprio lor seggio. Quindi nõ sò se dir lo debba, ò più di Traiano clemẽte, ò più di Seleuco giusto, ò più d'Alessandro Magnanimo, ò più di

Cesa-

Cesare valoroso, ò più di Solone prudente. Or se concorrono à riuerirla, non meno i sudditi de gli esteri, non sarà marauiglia, ch'anche Io li tributi le primizie della mia penna (fatica per fugir l'ozio, che suole apportar vn lungo carcere, nel quale mi ritrouo, come prigione di guerra) ne perche il mio stile non è di canoro vsignuolo, temerò lodarla, già che il Sole quando più ferue anche si compiace vdire il canto delle Cicale; E se la mia penna non è d'Aquila, che possa approssimarsi allo splendore di V.A. sarà almeno di Ciuetta vccello, che dedicato à i seruiggi di Minerua non dee schifarsi da chi è vn

Apollo

Apollo. Non iſdegnate dunque Sereniſſimo PRENCIPE queſto pouero tributo, & onorate d'vna ſola occhiata queſto libro, che ſimile alla ſtatua di Mennone, benche mutulo rauuiuato da'ſuoi lucidi rai, decãterà le ſue lodi; Che ſe di quel ſaſſo di Megara ſi ſcriſſe che tocco riſpondeua con muſici accẽti, ſolo, perche haueua ſeruito di baſe alla lira di Apollo, Il vederſi queſto libro arrichito nel fronteſpicio col nome di V.A. animarà le trõbe della Fama à publicarlo da per tutto. Mà quì ſoſpendo alla mia penna il volo, acciò nouello Icaro non precipiti, mentre troppo ardimentoſa vuol auicinarſi al Sole: Mi co-

pirò

prirò col velo di Timãte, acciò non restino acciecati i miei occhi. Voi in tanto che sete il Sole degnateui solleuar questi miei bassi ossequij d'affetto; acciò mutate in pioggia di grazie, vaglino à fecondar l'aridezza del mio ingegno per farlo fruttare abbondantemente vna messe di composizioni, & à V. A. vmilmente inchino Castelnouo di Napoli al 1. di Gennaro 1655.

Di V. A. S.

Humiliss.a Deuotiss. Seruitore

Ant. Maurizio Valperga.

AL SERENISSIMO PRENCIPE MAVRITIO DI SAVOIA

Per lo Libro dell'Indrizzo del Nuouo Soldato,

SONETTO.

Vanne Foglio Guerrier di Dora al seno;
Doue Gloria si beue in tazza d'Oro:
Dì, Felice poi giunto, Io fido adoro
De la CROCE, e de' GIGLI il bel sereno.
Mà se giunto Volume in ùn baleno
Di Bellona Ti reca il gran Tesoro
De le Gratie fiorir il dolce Core
Veggia negli Occhi Tuoi con viso ameno.
Quì Valore s'insegna, e'l Dio Guerrero
Per tua Fronte ligar di nuoui allori
Desta l'Arte, e la man col brando altero.
Sol Vittoria s'ottien da CROCE è FIORI
Quindi leggo sposato al gran Crociero
In ùn Libro di Guerra vn Ciel d'Onori.

L'Accademico incrocicchiato fra Gigli.

All'i-

All' istesso.

CHinate ò Fasti insuperbiti al piede
Del gran Mauritio le Bădiere in guerra
Al folgorar de gli occhi humile in terra
La Tracia Luna tramontar si vede.

S'impalidisce ne l'eterea sede
Anco il Sol, ch'à suoi sguardi è cieco, & erra
E ben de l'Asia ogn' Astro al fin s'atterra,
S'è de gli Allori, e de le Palme herede.

Al girar di sua Spada addoppiar suole
Le Ruote sue la bellica Fortuna,
E capogirli hauer la Tracia mole.

E se'l sangue Ottomano in se raguna,
Sarà nuoua Cometa, e vedrà il Sole
Vna Cometa scapigliar la Luna.

IMPRIMATVR.

Gregorius Peccerillus Vicarius Generalis.

Fr. Ioseph de Rubeis Ord. Min. Conu. S.T. D. Eminentiss. Card. Phil. Theolog. & Consultor Sancti Officij.

Illustriss. & Excellentiss. Sig.

GIO: Alberto Tarino Libraro espone à V.E. come desidera far stampare il primo, e secondo libro intitulato Indrizzo del Nouo Soldato nella militar Architettura Composto da Ant. Mauritio Valperga. Per tanto supplica V.E. si degna commettere la reuisione di detti à chi meglio gli parerà, affinche se degna V.E. dargli licenza, che l'hauerà à gratia, vt Deus.

Magnificus V.I.D. Michael Angelus Giptius Videat, & in scriptis S.E. referat.

Capyc. Lat, Reg.

Prouisum per S.E. Neap. die 17. *Octob.* 1653.

Lombardus.

AL LETTORE

E alcuno critico Lettore, essendosi ingolfato nell'Oceano del stupore, lasciando il freno alla volubile lingua, si darà in preda à biasmi tacciãdo che Io con si laboriosi sudori mi sia intrapreso à dimostrare della Geometria il sentiero, stimato forsi da lui poco necessario, la di cui necessità essendo nota alla sua benignità, li sarà anco palesa la peruersa volontà di quello contrario di tal scientia: mentre ordinò il sauio Platone, che niuno dall'ardire spinto ne fusse ad entrar nelle scuole se pria versato nella Geometria non fusse, che però incubitali lettere sù le dottrinali porte registrò, Nullus ignarus Geometriæ ingrediatur, Celio la chiamò Alfa, ed Omega di tutte le mathematiche scientie, dalle di lei viscere quasi in tante proli germogliano le discipline, così affirmò Philone hebreo, nè restò fal-

tito il suo pensiero, mentre l'istesso Pla-*tone asserì , che dalli di lei documenti quasi à somiglianza dell'orfica lingua vien informata la mente de Giouanetti all'intelligenza della nuda si, mà neces- saria* Filosofia. *Non temè d'asserire quel Giouan* Ludouico *Viualdo , che anco d'huopo ne fusse al sacro* Theologo, *men- tre ben spesso nel sacro* Oceano *della scrittura registrato ne viene . Non sa- rebbe noto al mondo il numero de piro- pi* Celesti, *la distanza de pianeti, la cir- conferenza del* Prencipe *de pianeti , la grandezza della notturna lampade , e l'influenze de* Cieli *senza delli di lei insegnamenti , certo fallace ne sarebbe l'Architettura, cieca la mathematica , sepolta la cosmographia, e di nulla var- rebbe la* Geographia, *nè s'esercitarebbe la distribuitiua giustitia, ne con pacifica mano senza da lei documenti reggere la popolosa* Republica *si potrebbe , così affirmato ne venne da Marsilio facino paragonica pietra delli giouenili intel- letti, e necessaria cute, oue s'aguzzano i puerili ingegni da Quintiliano appel-*

lata

lata ne fù ? non authenticò anco la necessità di tal scientia quel gran Macedone all'hora, che superò il numeroso esercito di Dario non con altra forza, se non con il capace sito di suoi insignatoli da cotal scientia se à Quinto Curtio si vuol dar credenza, e tanti inuitti Campioni dell'esser di tal scientia non acquistorno il titolo d'immortalità. hor benigno Lettore in queste poche vergate carte non intraprendo à dimostrare distesamente l'eccellenza, e necessità di tal scientia (e dico il vero) che più presto mi darebbe l'animo in vn discorso di mostrare, che 'l Sole è ottenebrato per essenza, le salse onde che siano dolci; ma solo seruirò à modo di quei Mercurij di sasso, ch'insegnauano à pelegrini le publiche vie; cioè intendo di mostrare il camino di primi termini, per il quale il nouo soldato si deue indrizzare. Scusa la breuità, che se più diffusamente il tuo capriccio ti spinge à desiare il trattato già il sai Euclide ti toglierà da tal curiosità ed io non mi stendo più oltre ne miei scritti, atteso dalla commune opinione

Digitized by Google

uſcir non poſſo: ti eſorto à gl'infraſcritti auertimenti.

Volendo alcuno hauer la perfetta cognitione di difenſiuo, ed offenſiuo ſarebbe neceſſario come ſoldato, che voleſſe operare, almeno poſſedere i primi termini geometrichi, Aridmetichi, e trigonometrichi con alquanto di diſegno; acciò rapreſentandoſi l'occaſione poſſi dimoſtratiuamente deſignare lo che occorre, e s'eſercitarà anco nella ſcientia della proſpettiua, e con quella haurà maggior facilità di rapreſentare l'oggetti delle coſe, che ſi ſuppone diſegnare. Onde il preſente trattato contenerà in primo luogo molte propoſitioni concernenti la geometria prattica.

Nel ſecondo libro ſi trattarà del modo di conſtruire geometricamente, e mecanicamente la reale fortificatione con tutte le parti dependenti, ed emergenti di quella.

Nel terzo ſi trattarà del metodo, e termine della fortificatione irregolare, come ſi debbia peruenire alla determinatione di eſſa ſecondo i ſiti, che ſi dou-

vanno fortificare.

Nel quarto si discorrerà il modo, e forma della fortificatione offensiua e come nell'occasione si ponghi assedio ad alcuna forteZZa reale, e come si debbia alloggiare vn esercito in campagna mẽtre viaggiarà tanto per paese amico, quanto nemico.

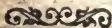
Nel quinto si proponerà il modo della fortificatione difensiua, e come dourà regolarsi il comandante della forteZZa in occasione d'assedio con la forma come si dourà fortificare la fortezza esteriormente mentre s'aspetta assedio intorno di essa.

Auertendo il Lettore, che si come in ciascheduna prouincia ogn'vno osserua il stile della loro misura, come sarebbe del braccio, del palmo, della Canna, della tesa, ed altri del passo geometrico, e chi del passo ordinario. Io nõ deuo pretetire quella della mia padria, la quale si serue in questa opera del piede detto manuale, il quale è in potenza quanto vn proportionato huomo può estendere le due pugna faccendosi toccare le due pol-

lici l'vno all'altro come, e con none di questi si forma la canna detta trabucco, oltre che ciascuno piede viene anco diuiso in otto parti dette oncie, e ciascheduna oncia in 12. altre particelle dette punti, in modo che il detto trabucco verrà cõposto di 72. oncie, ed assinche s'habbi maggior certezza della quantità del detto piede si ponerà nell'immargine il quarto d'vn piede marcato di let. A.B. riceuerà il Lettore con volto di cortesia questa fatica dalla quale cauando qualche profitto ne renderà gratia à Dio: scusando assieme quelle che non li potrãno sodisfar la mente per colpa ò di esser troppo, ò forsi meno prolisso di quello, che si tratta, e riceuerà il tutto per conto d'vno che s'è affaticato, e con la sperienza osseruate diuerse cose concernenti al mestiero.

A — B: oncia due, che vale quanto la quarta parte d'vn piede manuale.

DISCORSI DELLA GEOMETTRIA PRATTICA,

Necessaria per approfittarsi il nuouo Soldato.

Che cosa si debbia intendere per Geometria prattica.

CAP. I.

Hi volesse trattare dell' Eccellenza della Geometria, e dell'vtilità, e parti di essa, sarebbe vscire fuori de i limiti della breuità, atteso nell'occasione di tanti secoli, come viene accennato dall' Historie, hebbe principio dall'Egittij, illustrata, augumentata, ed

A 4 arric-

arricchita poi da diuersi valent' huomini,con documenti concernenti alle proportioni,e specialmente nel trattato della qualità,e cognitione de i corpi graui. Quindi poi raccolta da Euclide, che con il suo ingegno dopò vn lungo, e faticoso studio l'ornò con la sua penna, lasciãdoci le reali dimostrationi con le speculationi terminate con tanti precetti disposti di sì bell'ordine secondo i Theorema,e propositioni, che manifestamente si conoscono per i quindici libri della sua Geometria, posti in luce per beneficio publico, li quali poi da diuersi belli ingegni sono stati commentati,e tradotti dal greco al latino,indi poi in nostra lingua volgare. Di modo che sarebbe vn voler repilogare quello, che da altri già è stato detto, e lasciatone per documenti, se di ciò volessimo trattare. Onde in poche parole concluderemo la Geometria prattica, altro non voler inferire, che l'esecutione d'esprimere pratticabilmente i concetti di quanto hà concepito la nostra Idea, e secondo la necessità, ed occorrenze saperfene preualere,senza punto di quella ricercarne la causa, nè alcuna dimostratione, mà semplicimente concorrere alle definitioni d'ogni propositione, le quali douranno essere determinate dalla sola

prat-

prattica, e senz'altra distintione di raggione: poiche il tutto viene appoggiato sopra base dimostratiua, però viene osseruata pratticalmente da operarij senza di ciò, e senza che quelli sappino la causa delle loro esecutioni, e questo è quanto dobbiamo communemente intendere per geometria prattica.

E perche chi volesse in ciò dichiarare i fondamenti necessarij sarebbe come habbiamo detto voler rinouare ciò ch'*altri hanno* posto in luce con prolissità d'vn lungo discorso, Rimetteremo dunque il nuouo soldato ogni volta fusse spinto dalla curiosità à quanto potrà sodisfare il suo ingegno nel contenuto de i sei primi, nell'vndecimo, e duodecimo libro di Euclide: Hauendo io determinato passare semplicemente, e per quelle propositioni, le quali se ne può far dimeno toccarle mentre s'hà con quelle à determinare il suggetto di che si deue trattare nel discorso di tutta l'opra, al qual effetto diuideremo questa prima parte in trè propositioni, cioè in primo luogo dichiararemo i quattro primi termini generali dell'Aridmetica, assieme l'vso della regola di proportione sempia, e doppia detta cōmunemente del trè, ed altre necessarie. Inoltre della radice quadra, e cubba, ed il mo-

il modo di risoluere ogni zanno, e rotto di numeri. In secondo luogo diuerse propositioni di geometria molto vtili, e gioueuoli nell'esecutione della prattica; ed in terzo luogo Il modo di peruenire anco pratticalmente alla cognitione, e dimentione d'ogni superficie, e corpo con vn breue trattato di Tigonometria, e come si debba leuare in disegno vna pianta ò sia tipo tanto di Città, e Castelli, quanto di prouincie, e paesi, ed altre cose dependenti per l'instruttione del nuouo soldato.

Delle quattro prime regole dell'Aridmetica.

CAP. II.

Er dar principio à tal materia si fundarà per base il modo, con il quale si può peruenire alla prattica delle quattro regole generali dell'Aridmetica, cioè sommare, sottrahere, moltiplicare, e partire, e conseguentemente all'altre parti necessarie come nel discorso con la maggior breuità possibile, protestandoci non pretendere insegnare la Aridmetica, *ex professo*; mà semplicemente toccare quelle regole opportune per seruirsi ciascuno

di

di lume nello che si trattarà.

Per vnire numero à numero.

L'Vnire numero à numero non è altro se non sommare, ed aggiustare quantità de numeri assieme, riducendoli poi ad vna sola quantità come à dire il tale deue lire, ò verò scuti, doppie, ed altre cose simili 87. ed altri in diuerse partite, cioè vno 30. altro 350. altro 1604. le quali summe è necessario registrarle l'vna doppo l'altra, come si uede nell'Immargine: auertendo di collocare in maniera, che l'vltime figure di numeri rimanghino à drittura l'vna sotto dell'altra, e se ui fusse numero maggiore di 1604. si douerebbe procedere di mano in mano come il tutto nell'immargine stà notato.

87.
30.
350.
1604.
2071.

Hor bisogna principiar l'vnione delle quantità dalla parte sinistra: principiando dal numero 4. dicendo quattro, e sette fanno vndeci, che dopò tirata la linea sotto l'vltimo numero 1604. come si vede disegnato, per distinguere il prodotto dalle quantità date, mercaremo

vno

vno sotto il quattro douendosi osseruare per regola di leuar tutte le decine, che si ritrouaranno nella quantità vnita, per esempio habbiamo ritrouato nell'vltima colonna vndeci, dalla quale leuandone dieci rimane vno, che fù l'auanzo, che habbiamo marcato sotto il numero 4, la qual decina è necessario riportarla nella seguente colonna: dicendo vna decina vnita con il numero cinque fanno sei, à quali aggiontoui li rimanenti due numeri 3. e 8. summano tutti diecisette, da quali leuandone la decina rimane sette, il qual auanzo si collocarà sotto la detta colonna à drittura del 8. restandoui vna decina per vnirla nella colonna, che siegue di modo che aggiunto vno con li numeri 6. e 3. ascendono alla quantità di dieci, e perche non auanza cosa alcuna sotto il numero 6. mercaremo, ò riportaremo la decina con il primo numero 1. che ambi diranno 2. in maniera tale che tutte dette somme vnite assieme ascendono alle somma di lire, ò altra spetie di 2071. Auertendo d'osseruare per regola generale, che dopò vnito assieme ogni numero, da quello è bisogno abbassare tutte le decine, e quanto ne peruenirà riportarle di mano in mano nelle loro colonne contigue, e caso l'vnita non ascendesse fino al numero di dieci

come

come per esempio nell'vltima colonna, che si ritrouò in valore di 11. quando nō fusse passato noue sarebbe stato necessario in luogo di vno, che soprauanza della decina, il qual si marcò sotto il numero 4. porui il numero 9. ò qualunque altro numero minor di dieci senza riportarsi alcuna decina alla seguente colonna, osseruandosi il simile in ogn'altra additione.

Mà occorrendoui vnire numeri che passassero, ò fussero minòri del numero intiero. Exempli gratia 38. lire, 18. soldi 5. denari in vna partita, ed in altra 82. lire 4. soldi 8. denari In tal caso si deue sapere che 20. soldi vagliono la lira, e 12. denari pagano il soldo. In maniera che così saranno aggiustati i numeri l'vno sotto l'altro, cioè la lira sotto della lira i soldi sotti i soldi, ed i danari sotto i danari come pur si vede notato in margine:

38.	18.	5.
82.	4.	8.
121.	3.	1.

auertendo che quello si dice in lire, soldi, e danari, l'istesso si può intendere d'ogni altra sorte di moneta, pesi, e misure, hauendo solo riguardo alla quantità che vi vuole per far il numero intiero come sarebbe dieci lire pagano la doppia, noue piedi vale il trabucco, il qual piede viene constituito di 8. oncie. Similmente

mente 25.tumula formano il rubbo e 12. oncie forma la libra,in modo tale che conoſciuta la quantità , e qualità del numero, peſo,e miſura, ad altro non s'attenderà ſolo,che ſeguitar l'operatione .

Habbiamo dunque aggiuſtato l'vn numero ſotto l'altro, e tirata vna linea per diſtinguere detti numeri dal prodotto, che ſarà peruenuto da quelli,hor cominciando dalla quantita minore, che ſono i danari,cioè otto,e cinque fanno 13. denari,li quali vagliono vn ſoldo, ed vn denaro per cauſa che 12. denari diceſſimo vagliono vn ſoldo,il qual denaro di auãzo ſi porrà ſotto il numero 8. portando il ſoldo nella colonna de ſoldi dicendo 18. e 4.fanno 22. ed vno , che ſi portò ſono

38.	18.	5.
82.	4.	8.
121.	3.	1.

23. ſoldi, delli quali per cauſa che anco 20. ſoldi vale la lira, rimarranno ſolo 3. ſoldi, che ſi porranno ſotto il numero 4. nella colonna de ſoldi, inoltre paſſando nella colonna delle lire, 8. e due fanno 10.à quali aggiontaui la lira , che riſultò dalla quantità delli ſoldi dirà lire 11. che per eſſer numero intiero ſi marcarà vno ſotto al numero 2.Hor perche la decina entra vna volta in detta quantità di 11.fà biſogno di riportar detta decinanel numero ſeguente,come diceſſimo nel pri-

mo

mo esempio cioè 8.e 3.fanno 11.ed vna decina, ch' auanzò nell'antecedente colonna somma in tutto 12. che per non esserui altro numero per vnire assieme è necessario marcar il numero 2. sotto il numero 8. e dopò il numero 1. nel qual modo restarà risoluta l'operatione, rileuando le due quantità supposte alla sõma di lire 121. soldi 3. denari 1. che per distaccare, e differentiare le qualità de numeri dall'vno all'altro è di mestiero tra le lire, soldi, e danari farui vn puntino come pur si vede notato nell'immargine.

Modo di Sottracere, ò sia dar resto.

DOppò il summare siegue il modo di sottracere numero da numero, sendo cio l'abbassare da vna quãtità altra quantità data. exempli gratia vno deue pagare per tanti à se d'impronto, ò per causa di mercantie comprate, ò altra cosa simile scuti 482.à conto de quali hà pagato 395.desiderando sapere quanto resta à dare per il complimento della detta sũma, põgasi la quãtità del debito di scuti 482. sotto la quale è di bisogno s'aggiusti il credito di scudi 395. in mo-
do

do che il numero 5. rimanga giuſtamẽte ſotto il due, il numero 9. ſotto il numero 8.ed il 3. ſotto il numero 4. come ſi vede notato in imargine. Ciò operato è neceſſario cominciare à pagar l'vltimi due numeri à mano ſiniſtra, cioè chi de due paga cinque non ſi può, dunque fà di meſtiero improntar vna quantità al numero 5. ſino che aſcenda alla decina, ch'in queſto caſo ſarà 5. alla qual quantità ſi deue vnire il numero 2. ch'ambi ſummano 7. numero, che ſi deue poner ſotto al detto 5. però intermediante vna linea per diſtaccare il prodotto dalla quantità producente.

4	8	2.
3	9	5.
o.	8	7.

Hor perche habbiamo permutata vna decina è neceſſario quella reſtituire nella colonna ſeguente dicendo porto vno, che gionto con il numero 9. dirà 10. ed oprando come di ſopra, chi di 8. paga 10. non può, e perche la quantità reſta eguale alla decina non fà perciò biſogno preſtargli coſa alcuna, mà ſolo ſotto il numero 9. diſegnarui il numero 8. però riportando la detta decina nell'vltima colonna dicendo vna decina, la quale aggiunta con il numero 3. dice 4. il quale può pagare l'altro numero 4. che li reſta ſopra, ch'in tal caſo ſotto il 3. ſi marca vn pontino, ò vero vn zero, che và à feri-

re quella colonna ch'è ſtata pagata, in maniera tale che mancano ſcuti 87. per ſodisfar intieramente il debito delli ſcuti 482. il ſimile ſi operarà in ogn'altro numero maggiore, e minore.

E per vedere ſe l'operatione ſia ſeguita ſenza errore, è biſogno aggiongere la rimanente ſumma di ſcuti 87. cõ la ſumma già pagata di ſcuti 395. ed ambi vnirle aſſieme, il prodotto del quale eſſendo eguale à tutta la ſumma di ſcuti 482. il calculo ſtarà ben fatto, altrimente vi ſarebbe errore, per la qual cauſa ſarebbe neceſſario ricorrere all'operatione fin tanto queſte ſomme reſtino eguali.

docati	482.
	395.
	87.
	482.

Ma incontrandoſi zanni di numeri: exempli gratia vno deue lire 95. ſoldi 13. denari 8. à conto de quali hà pagato lire 68. ſoldi 15. denari 9. è perciò neceſſario ſapere quanto reſta à pagare per ſodisfare tutta la partita douuta. Si aggiuſtarà perciò ſotto la partita del credito la ſomma pagata, cioè le lire ſotto le lire e di ſoldi ſotto i ſoldi, denari alli denari come ſi vede in queſto ſecondo eſempio, ciò fatto ſi deue cominciare dalla quantità minore, che ſono i denari operando come di ſopra, cioè 8. denari

non paga 9. e 12. denari vale il soldo. E perciò è mestiero prestargli al numerò 9. tanto ch'ascendi al valore del soldo, che sono denari 12.che sarebbero tre denari, che mancarebbero per cõplimento alla valuta del soldo, la qual quantità con il numero 8. summa denari 11. che si disegnaranno sotto al numero 9: portando in luogo d'vna decina vn soldo, qual si aggiustarà con la quantità di soldi 15. della seconda colonna, ed ambi diranno 16.replicando di nuouo 13.soldi non põno pagar 16. soldi alla qual quantità è mestiero prestargli soldi 4.per aggiungere alla quantità di soldi 20. essendo il valore della lira di modo che questa quãtità improntata di soldi 4. aggiunta con li soldi 13. di sopra ambi sommano soldi 17. quali si marcarãno sotto il numero 15. e perche

lire 95	soldi 13	denari 8.
68	15	9.
libre 26	17	11.

habbiamo improntato vna lira in questa seconda colonna, è mestiero restituirla alla terza colonna dicendo come di sopra 8. lire, ed vna che li aggiungo diranno 9. però le lire 5. di sopra non sono bastanti per pagarne 9. è perciò necessario ricorrere al primo esempio,nel quale essen-

essendosi oprato nelli numeri intieri quā-
do il numero superiore non paga l'infe-
riore prestarne tanto all'inferiore sino
che arriua alla decina, in maniera che
mancarebbe vno di aggiungerci con il
numero 9.per far la decina, ed vnito poi
il numero 5.dice 6. che si deue porre sot-
to il numero 8. portandone vna decina
alla seguente colonna, che aggiunta an-
co con il numero 6. dirà 7. che sottratto
dalla quantità di 9. rimane 2. che si mar-
caranno sotto il numero 6. In maniera
che per sodisfar la detta partita di lire
95.soldi 13. denari 8.è di bisogno pagar-
ne ancora lire 26. soldi 17.denari 11. ed
in questo modo l'operatione restarà cō-
pita,la quale douendosi accertare, acciò
non segua errore alla quantità pagata
di lire 68. soldi 15. denari 9,si aggiunge-
ranno le lire 26. soldi 17.denari 11.
& vnito assieme, il prodotto,
restando eguale alla par-
tita douuta, si con-
cluderà nō esser
ui seguito er-
rore nell'o
peratio-
ne,

Del modo di Moltiplicare.

On è dubbio che la moltiplicatione de numeri non proceda d'altro che da vna quantità maggiore, la quale resta moltiplice d'vn altra minore. Exempli gratia il moltiplice del numero 2. sarebbe il numero 4. e del numero 3. il numero 9. perche 3. via 3. dice 9. e così s'osseruarà in ogn'altro numero maggiore; douendo quello terminarsi moltiplice d'altro minore, mà perche il nostro fine è per discorrere semplicemente quanto concerne la cognitione dell'atto prattico, passaremo in ciò superficialmente alla definitione di quella senz'obligo d'alcuna dimostratione semplicemente giungeremo all'operatione. Per esempio vno, che hauesse 30. doppie, e ciascuna vaglia 3. ducati, vno de quali stia in valore di 3. lire d'argento, e simimente 20. soldi compri vna lira, dalla qual propositione è bisogno ritrouarne la quantità delli ducati, che perueniranno dalle dette 30. doppie dindi dal prodotto di quelle ritrouarne anco la quantità delle lire, e soldi.

Sarà perciò necessario per risoluere tal propositione in primo luogo moltiplicare

plicare le 30. doppie per il valor ciascheduna delli 3. ducati, e dopò aggiustati i detti tre ducati sotto il zero del numero 30. come nell'Immargine si vede disegnato, sotto al quale, e bisogno tirar vna linea per distaccar la quantità data da quella, che risultarà dall'operatione, mentre

dop.	30.
duc.	3.
	90.

dicendo 3. via o. fa o. il quale è mestiero porre sotto il numero 3. dindi replicando 3. via 3. dice 9. il qual prodotto si deue anco marcare sotto l'altro 3. e tutti due intermediante la detta linea, nel qual modo si dourebbe procedere oltre in caso vi fusse maggior quantità di numeri dati, mà perche in questo esempio fù solo supposta vna quantità terminata del numero 30. concluderemo, che vagliano dette doppie 90. docati, mentre fù fatta la propositione di 3. ducati per ciascuna.

In oltre aggiustate anco le lire 3. sotto li 90. ducati valore d'ogni ducato secondo la propositione, ed il tutto disposto seguendo l'ordine come di sopra, cioè 3. via o. fanno o. il quale intermediante vna linea come nell'immargine si vede si porrà sotto il 3. e continuando 3. via 9. somma 27. che per uon esserui altra

ducati	90.
à lire	3.
lire	270.

figura auanti il detto numero 9. perciò necessario disporre il numero 7. sotto il dato numero 9. e dopò il numero 2. il qual moltiplice di 270. lire concluderemo essere il valore delli nouanta ducati come appare dall'operatione.

Similmente douendosi peruenire alla cognitione della quantità de i soldi che perueniranno dal valore della detta somma di lire 270, il valore de quali furono à raggione di soldi 20.per ciascheduna, come si dice di sopra dopò aggiustatoci i.20.soldi sotto le lire, cioè il zero sotto il zero,ed il numero 2.sotto il 7.con l'applicatione della lineetta di sotto, ed oprando come di sopra zero via zero val zero,il qual è bisogno disporlo sotto l'altro zero intermediante detta linea,e continuando zero via 7.dice zero,ch'è pure bisogno collocarlo sotto il detto numero 7. In oltre zero via 2.pur è zero, che similmente verrà disposto appresse l'antecedente.

Hor nella seconda operatione replicãdo 2. via o.val o. qual si collocarà sotto la prima operatione, ed à dirittura del numero 2. e continuando 2.via 7.dice 14. dal quale abbassando la decina restarà 4. resi-

lire	2 7 0.
soldi	2 0.
	0 0 0
	5 4 0
soldi	5 4 0 0.

4. residuo di esporre appresso il zero però aggiustato sotto il numero 2. del moltiplice: In oltre 2. via 2. summa 4. e la decina abbassata dal numero antecedente, ambi dicono 5. che pur verrà anco disposto appresso il numero 4. auertendo, che, quando vi fusse maggior quantità di numeri sotto la quantità proposta, sarebbe in ciò necessario procedere come di sopra: douendosi osseruare per regola accertata per quante positioni si faranno del prodotto nascente da quelle farlo auanzare l'vno all'altro sempre d'vna figura: exempli gratia nell'vltima operatione la prima figura, che peruiene, che fù vn zero fù posta sotto il numero 7. hor in caso auanti il numero 20. vi fusse altra, figura, il prodotto, che peruenerebbe nell'vltima operatione bisognarebbe disporlo sotto à quella figura, che sarebbe, auanti il detto numero 20. che verrebbe pur aggiustata sotto il numero 2. del moltiplice.

Ciò fatto per ritrouar la quantità delli detti soldi è bisogno ricorrere alla prima regola del summare, ed oprando dopò tirata altra linea sotto delle figure, peruenute dall'antecedente operatione, cominciando dall'vltima figura del zero, la quale si marcarà sotto l'altro zero, dindi gl'altri due zeri pur fanno zero, à

quali si disponerà di sotto altro zero; passando all'altra colõna, che per non esserui altra figura rimarcabile, che 'l numero 4; quella pur si notarà dopò il zero, e dopò questa la figura 5. che tutte assieme rileuano alla summa di soldi 5400. valore delle dette lire 270. nel qual modo restarà risoluta la propositione.

libre	270.
à soldi	20.
	000.
	540.
soldi	5400.

Mà incontrandosi in simili operationi numeri intieri, e non intieri come sarebbe per esempio vn mercãte vende canne $10\frac{1}{4}$ di velluto à raggione di lire $8\frac{1}{2}$ la canna, non v'è dubbio, che le dieci canne secondo habbiamo detto di sopra, senza i rotti importarebbono libre 80. mà nella detta summa mancarebbe la quantità e valore delli detti numeri rotti. hor douendosi à tal cognitione peruenire e bisogno disporre il valore delle dette lire sotto le canne di velluto come nell'immargine si vede notato, e dopò l'essersi marcate le libre 80. valore delle dette due quantità

can.	$10\frac{1}{4}$
libre	$8\frac{1}{2}$
	80
	5
	$2\frac{1}{8}$
libre	$87\frac{1}{8}$

tità intiere ricorreremo alle quantità disuguali, dicendo la metà della quantità di 10 sono 5. qual quantità disporremo sotto la o valore di quella metà di lira di più delle lire 8. e passando per ritrouare anco il valore del quarto di canna di velluto secondo il prezzo delle lire $8.\frac{1}{2}$ procederemo in questo modo dicēdo il quarto di 8. sono due, che bisogna anco marcare sotto il numero 5. e seguitando il quarto della metà di lira è necessario sia vn ottauo, la qual quantità per non essere numero intiero è di mestiero marcarla à canto del numero 2. intermediante vna picciola linea, la quale verrà figurata in questo modo $\frac{1}{8}$ e mentre sommaremo tutte dette quantità assieme rileuaranno à libre $87\frac{1}{8}$ e tanto diremo ascendere il valore delle canne $10\frac{1}{4}$ di velluto, Il simile s'osseruarà in ogn' altro numero intiero, e rotto.

Del modo di partire ogni sorte di numero.

A regola del partire, e misurare ogni sorte di numero altro non è, che il rouerso delle sue antecedenti. Exempli gratia 25. può essere ripartito, e misurato

cinque

cinque volte dal cinque, similmente il numero 10. misura dieci volte 100. intendendosi il medemo d'ogn'altra quantità maggiore, ò minore, e si come dicessimo, che il moltiplice di 3. era 9. così di quattro sarà 16. e di 6. è 36. hor retrogradando 3. misura il numero 9. tre volte, quattro entra in 16. quattro volte, ed il sei in 36. sei volte, il simile intenderassi d'ogn'altro, al qual effetto il numero, che può misurare altro dal prattico viene inteso nominatore, ed il prodotto di quello denominatore, cioè il numero 3. che misura il numero 9. s'intenderà per nominatore; il qual moltiplicato, il prodotto che pur è 9. si dirà denominatore, e così d'ogn'altro numero intiero come spezzato.

Hora passiamo all'operatione Verbi gratia trè compagni dopò seguito frà loro qualche negotiato, dal quale risulta di guadagno scudi 60. ed è bisogno ripartirgli in tre parti eguali spettandone vn terzo à ciascheduno, che per risoluere tal propositione in primo luogo, è di mestiero disegnare il detto guadagno delli detti scudi 60. il quale necessariamente deue seruire di denominatore, ed à mano dritta il nominatore, che s'intenderà per tale li tre compagni, però distaccato, ed à canto del detto denominatore dentro ad vna linea aggiustata in tal modo 3 |, e dopò

dopò dalla sinistrà parte altra simile, nel qual scompartimento si notarà l'auuenimento della quantità, che toccarà per ciascednno compagno come il tutto in immargine si vede disegnato, dopò ogni cosa aggiustata è necessario sotto il numero 6. per essere maggiore del numero 3.

3 | 60 | 1

marcarui vn puntino, il quale serue d'indice per il nnmero, che deue essere misurato dal detto nominatore trè, ed occorrendoui detto nominatore fusse maggiore del denominatore: primo conuerrebbe in tal caso porre il detto puntino sotto il seguente numero, li quali poi vniti, assieme ascendino à maggior quantità del detto nominatore, altro nõ occorrerà che di proseguire l'operatione, ma in caso anco fussero minori del detto nominatore, fà bisogno auanzare detto puntino sotto il terzo numero sin tanto, che dal detto nominatore possa quella tal quantità essere misurata, In oltre si deue anco star auertito che si come nel presente esempio in luogo di trè compagni fussero per modo di dire 15. ò vero 30. sarebbe necessario in luogo d'vn puntino farne due, e quãte figure si ritrouarà hauere il nominatore, tanti puntini si deuono construire sotto del denominatore, come si

dirà di mano in mano.

Nel qual modo oprando è meſtiero veder quante volte il nominatore 3. entra nel dominatore 6. perilche entrandoui due volte, marcaremo tal prodotto nel luogo ſtabilito-gli à canto del denominatore, dalla parte ſiniſtra, cioè 2. hor ricorrendo alla ſottrattione, dicendo 2. via 3. fanno 6. che abbaſſatto dal denominatore 6. ſotto il quale fù fatto il puntino, reſta quello pagato, al qual luogo del puntino ſi porrà vn zero facendo di nuouo altro puntino ſotto la figura, che ſegue, ch'in queſto eſempio ſarà ſotto il zero del denominatore, e repilogando il 3. in o altro non vi entra che zero. Il qual diſponeremo doppo il 2. dindi pagando o. da o. rimarrà pur o. che ſi deue parimente porre In luogo del ſecondo puntino. E perche non ſegue altra figura dopò la ſeconda operatione, concluderemo hauer ſciolta detta propoſitione, e che per ciaſcheduno compagno gl'aſpetta 20. ſcudi.

3 | 6o | 2
o·

3 | 6o | 20.
oo

Non v'è dubbio che ſono molti altri modi differenti da queſto per poter proſeguire tal operatione, pero à mio guſto ritrouo queſta la più ſicura, e con maggior facilità

cilità per causa,che le figure rimãgono sẽ pre nel suo essere senza douerle abbattere come pur è bisogno far seguendo il modo detto galera, ò vero danda.

Mà passando ad altro esempio maggiore di quantità,cioè che il nominatore contenesse in se trè figure: e facciamo per modo di esempio,vn massaro hà racolto 12547. misure di grano,le quali fà bisogno diuiderle egualmente in 308. parti: per sapere quante misure aspetta per ciascheduna parte, è bisogno osseruare quanto habbiamo detto di sopra, cioè aggiustare le 12547.misure di grano quali deuono seruire di denominatore, e le 308.pretendenti per nominatore come nell'immargine si vede,hor perche il detto nominatore hà tre figure perciò bisogna marcare trè pũtini sotto il detto denominatore, come nell'esempio, mà 308: per esser maggiore del denominatore di 125.come pur marcano i pũtini,resta impossibile poter-si misurare, al qual effetto s'aggiustarà altro puntino sotto il numero 4. e cosi il denominatore accresciuto di vna figura dirà 1254. quantità sufficiente d'essa, misurata dal uumero 308. hor è necessario sapere quante volte detto numero 308. entra-

```
     12547
308|  ...   |
```

entra in 1254. e ritrouaremo entrarui quattro volte, il quale disporremo al suo luogo destinato come in immargine dopò dicendo quattro volte otto fanno 32. ricorrendo all'vltimo puntino sotto il numero 4. ritrouaremo il quattro non poter pagar 32. è perciò sarà bisogno per mutare tre decine, le quali vnite con il detto numero 4. diranno 34. da quali abbassatone la quantità ritrouata di 32. rimarrà 2. il quale disponeremo in luogo dell' vltimo puntino,

12547
308 | 022. | 4
. .

e seguitando 4. via o. fà o. che pagate le tre decine impermutate, e dedutte dal numero 5. pur rimane 2. il quale anco disporremo in luogo del penultimo puntino senza portar cosa alcuna. In oltre 3. via 4. dicono 12. che sottratti pur dal numero 12. rimane o. il qual zero si marcarà in luogo del terzo puntino senza far conto dell'altro rimanente. In modo che è sicuro che nella quantità di 2154. il numero 308. la misara quattro volte, ed auanzano 22. essendo perciò necessario star auertito ch'ogni volta che l'auanzo, che rimane dopò l'operatione resta maggiore del nominatore diremo l'operatione esser seguita falsa dunque rimanendo-

no

nō solo 22. in questa prima positione concluderemo hauerla accorrata.

Ma passando nella positione seconda è di mestiero di nuouo quel 7. vltima figura del denominatore, che non fù compresa nella quantità di 1254. vnirla con il numero 22. residuo della prima operatione, e cosi tutte trè le figure vnite assieme faranno la quantità di 227. e sotto alli medesimi numeri pur di nuouo si marcaranno i puntini, acciò si conoschino non esser stati compresi nella prima diuisione come nell'immargine si vede notato:

308 | 1254/7 22 | 4

hor continuando è necessario vedere quante volte 308. può intrare in 227. Il che manifestamente si vede non poter essere per causa che il nominatore resta minore del nominatore, e particolarmente non rimanendoui altra figura dopò il detto 7. per poter vnire, ed augumentare la quantità del detto denominatore come pur facessimo nel principio dell'operatione quando 308. non potè entrare nella quātità di 125. che pur bisognò augumentargli

308 | 1254|7 0|22 | 40 $\frac{227}{308}$

targli

targli il numero 4. nel qual caso è necessario dopò il 4.del prodotto marcarui vn o.determinaremo perciò che la quantità di 308. non puo misurare la quantità di 12547.più che 40.volte,ed auanzano 227 di quelle misure , le quali distaccaremo con vna linea serpegiante,come è figurato nell'esempio della detta summa, e dopò appresso il numero quaranta peruenuto dalla prima, e seconda operatione si tirarà altra linea , sotto. della quale si marcarà il nominatore 308. e di sopra l'auanzo , ò sia residuo delle dette misure 227.come benissimo il tutto nell'immargine si vede notato.

Nel qual modo restarà cõpita l'operatione con dispositione, che à ciascheduna parte spettaranno misure $40\frac{227}{308}$

Hor per sapere la quantità, che aspettarebbe à ciasceduna parte di quel numero rotto di 227. è di mestiero questo spezzarlo in altre più picciole misure,e suppongasi ciascuna valerne due altre,che multiplicando 227. per le dette due misure sarà il prodotto 454.misure più picciole delle prime, le quali diuidẽdole di nuouo per 308. pur toccarà vna di quelle per ciascheduna parte, ed anco auanzano 76.di quelle picciole misure, le quali di nuouo spezzate d'altra quantità più picciola,e del prodotto pur ripartirlo

per

per il numero 308. l'auuenimento di quello anco aspettarà per ciascheduna parte, ed in caso ancor soprauanzasse qualche residuo, di nuouo spezzarlo in altre quantità più picciole, In maniera che in questo modo si può procedere all'infinito, e trouar conto etiamdio d'vn granello di grano. Auertendo quello s'è detto, ed oprato in questo essempio s'hauerà da osseruare in ogn'altra spetie tanto di peso, e misure, quanto in ogni sorte di conuertire monete in altre essere, ed altre cose simili.

Ciò eseguito douendosi assicurare se nell'operatione sia stato fatto errore fà bigno moltiplicare il numeratore con il prodotto intiero, ed all'auuenimento aggiustargli il residuo di 227. il tutto doppo fatta l'additione della summa, il prodotto di quella restando eguale alla partita delle misure proposte di grano 12547. non è dubbio si sarà operato giustamente, altrimẽte è necessario raccorrere quanto fù fatto sin à tanto, che queste due partite s'affrontino di pari quantità come in Immargine si vede notato:

308.
40.
000.
1232.
12547.

Della regola detta delle compagnie.

CAP. III.

Er riſoluere queſta propoſitione è biſogno ricorrere alle quattro antecedenti regole,non volendo queſto riferire altro che la determinatione d'vn accertato guadagno, che haueſſero fatto diuerſi compagni mediante vn capitale compoſto in dinerſe partite frà tutti loro,Exempli gratia,ſono trè mercadanti, c'hanno fatto vn fundo,mentre l'vno hà poſto 840.doppie,l'altro 360. e l'vltimo 156.ed in capo di vn anno ritrouano hauer di fundo,oltre il loro capitale, 500. doppie di guadagno, della qual ſumma è neceſſario ſapere quanto ſpetta à ciaſcheduno prorata del loro capitale.

Primo dop.	840.
Secondo	360.
Terzo	156.
doppie	1356.
guadagno	500.

Per il che inprimo luogo è biſogno ſegnare come ſi vede il capitale di ciaſcheduno compagno, e ciò diſpoſto sũmare aſſieme le dette trè partite, il prodotto

dotto delle quali sarà 1356. dindi sotto à tal quantità si aggiustaranno anco le doppie 500.di guadagno : hor è di mestiero moltiplicare il guadagno con ciascheduna partita appartatamente del capitale,cioè le doppie 840. spettanti al primo compagno moltiplicate con le 500. di guadagno rileua 420000. similmente le 360.con le dette 500.summano 180200.e la terza partita di 156.pur con le dette 500.ascenderà à 78000.

Nel qual modo doppò l'hauer il tutto disposto come in immargine, è necessario partire il primo prodotto di 420000. per tutta la summa del capitale, che sono doppie 1356. come di sopra,che seguita l'operatione si ritrouarà di auuenimento la quantità di doppie $309\frac{83}{113}$ e tal quantità aspetta di guadagno al primo cōpagno, che furno di capitale le doppie 840. Inoltre ripartita là quantità del secondo,la quale si trouò 180000.pur con la detta summa del capitale di 1356. risultarà di prodotto la summa di doppie $132\frac{84}{113}$ quantità di guadagno à quel-

Primo	420000.
Secondo	180000.
Terzo	78000.

1356 | 420000 |

Primo	309 $\frac{83}{113}$
Secondo	132 $\frac{84}{113}$
Terzo	47 $\frac{59}{113}$
doppie	498 $\frac{226}{113}$

lo ſpettan te, e fatto il ſimile dell'vltima quantità di 78000 riſultaranno anco per la ſua portione doppie 57. $\frac{59}{113}$

perloche ſeguita l'operatione diſponeremo li detti auuenimenti l'vno doppò l'altro nel modo come ſi vedono diſegnati, e doppò ſummate, ed vnite le trè quantità aſſieme riſultaranno alla ſumma di 498. doppie, alla quale aggiontoui anco il valore delli rotti, che aſcendono alla quãtità di due intieri come ſi dimoſtrarà, nõ v'è dubbio ſi eguagliarà queſta quantità alla quantità delle doppie 500. di guadagno, e tal modo è biſogno ſeruì per proua di quanto ſi è operato, che altrimente non eguagliandoſi queſte due sũme ſarebbe ſtata eſeguita l'operatione inegualmente.

Hor douendoſi certificare, che detti numeri rotti aſcendino alla quantità di due intieri, dopò quelli diſpoſti l'vno ſotto l'altro, come nell'immargine ſi vede notato, li quali per eſſere tutti di vna mede-

medesima natura conseguiremo l'additione delli nominatori asceudenti alla sũma di 226. la qual quantità quando sarà diuisa per vno delli denominatori di 113. ritrouaremo entrarui nella detta quantità di 226. due volte, che così essendosi vnite tutte dette quãtità assieme, e l'auuenimento ripartito per vno delli denominatori, il quale misurò detta quantità due volte, concluderemo perciò ascendere dette quantità à due numeri intieri, che è quanto si desideraua fare, li quali poi aggiustati con le 498. si egualiaranno alle doppie 500. di guadagno, come dicessimo; nel qual modo restarà risoluta la propositione.

83.
84.
56.

113 | 226 | 2

Per vnire numero rotto à numero rotto:

CAP. IV.

L'Vnione de numeri ſpezzati altro non è che capitando alle mano diuerſe parti d'vna quantità, però di medeſima natura, quelle ridurle ad altra quantità minore, ò maggiore dell'intiero, Exempli gratia habbiamo vna metà, vn quinto, vn quarto, ed vn ſeſto, ſuppoſte tutte parti d'vn ducato, che per eſſere ciaſcheduna parte minore dell'intiero, è biſogno conuertirle ad altra quantità, acciò da tal operatione ſi peruenghi alla cognitione di quanto ſarà quella maggiore, ò minore del tutto, che per riſoluere tal propoſitione è neceſſario in primo luogo conuertir le due prime quantità, cioè la $\frac{1}{2}$ ed il $\frac{1}{5}$ ad altra quantità di natura differente, e dopò congiungere il prodotto di queſte con l'altre due rimanenti, e conuertirle in vna quantità ſola, che

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$

che perciò effettuare constituiremo due linee in croce simili alla lett. X. ed à canto di queste due linee, cioè dell'incrocciamento disporremo alla mano dritta quel residuo di metà proposto, ed alla sinistra il quinto come nell'immargine si vede il tutto disposto, hor è di mestiero moltiplicare il nominatore della metà con il denominatore del quinto, cioè vna volta cinque fà ciuque, il qual prodotto disporremo in capo d'vna delle dette linee in croce, cioè di sopra al numeratore della metà, e di nuouo moltiplicando in croce il nominatore di quel $\frac{1}{5}$ con il denominatore della dicē do vno via due pur'è due, il qual due s'applicarà in capo dell'altra linea, e di sopra al nominatore del detto, $\frac{1}{5}$ restandono al pari dell'altro prodotto cinque, che vniti questi due prodotti sommano 7. la qual quantità s'applicarà nel mezzo delle dette linee, però vicino all'incrocchiatura di q̃lle, inoltre moltiplicando i due denominatori, cioè due via cinque sono dieci, quantità, che si aggiusta-

rà nell'incrocchiatura di sotto delle dette linee nel modo stà nell'immargine disegnato, in maniera che vna $\frac{1}{2}$ ed vn $\frac{1}{5}$ le habbiamo conuerti ti in sette decimi, cioè in questo modo. $\frac{7}{10}$

In secondo luogo formaremo di nuouo altre due linee in croce disponẽdo dalla parte dritta li sette decimi, ed aggiungendo dalla sinistra il seguente $\frac{1}{4}$ dindi moltiplicando similmente in croce li nominatori con li denominatori sì dell'vno, come dell'altro rotto dicendo quattro via sette fà 28. disponendo tal prodotto in capo alla linea, che rimane dalla parte dritta, e replicando vna via dieci pur fà dieci, il qual s'applicarà à canto dell'altro prodotto 28. nel capo dell'altra linea à mano sinistra, e dopò fattane di queste due quãtità l'additione sũmaranno 38. quãtità, che bisogna disporre nel mezzo delle due linee, similmente moltiplicaremo anco li due denominatori, cioè quattro via dieci vale 40. la qual quantità s'aggiustarà sotto il numero 38. però di sotto all'incrociatura delle dette linee, come il tutto di sopra si vede disegnato in modo, che sette decimi, ed

28 10
38
$\frac{7}{10}$ $\frac{1}{4}$
40

vn quarto diremo valer tanto, quanto vagliano trenta otto quarantesimi, li quali aggiustaremo in qsto modo. $\frac{38}{40}$

Mà passiamo finalmente ad vnire l'vltimo rotto proposto, che si dice esser vn sesto con la sudetta quantità di $\frac{38}{40}$ Per il che fatta vn'altra croce nel modo, e forma habbiamo osseruato di sopra disponeremo li $\frac{38}{40}$ pur dalla mano dritta, ed il $\frac{1}{6}$ dalla sinistra, e di nuouo moltiplicando li nominatori con li denominatori in croce, e dopò anco moltiplicati li due denominatori ritrouaremo augumentati in valore li due nominatori di 268. e li due denominatori 240. nel modo osseruato, secondo le due antecedenti operationi che perciò concluderemo le quattro quantita proposte, cioè vna $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{6}$. ridotte in potenza quanto $\frac{268}{240}$

Hor per venire alla cognitione dell'intiero, e differentiarlo dalla detta quantità, è bisogno venghi ripartito il denominatore 240. dal nominatore 268. mà ritrouandosi di maggior quantità il detto nominatore, ch'il denominatore, risultarà perciò, che questa tal quantità rimanga construtta maggiore

giore dell'intiero, cioè più d'vno ducato, che per il contrario quando si ritrouasse detto denominatore maggiore del nominatore non potrebbe eguagliarsi alla quantità perfetta, e per consequenza rimarrebbe meno del ducato, nel qual modo

$\frac{240}{}$ | 268 ... | 1. $\frac{28}{240}$

douendosi determinare la propositione è bisogno vengha ripartita la maggiore quantità dalla minore, che dopò sarà seguita l'operatione ritrouaremo la quantita di 268. essere misurata vna volta dalla quantità di 240. e rimarrà $\frac{28}{240}$ che perciò dobbiamo concludere tal rotto valere vn ducato, e ventiotto ducento quarantesimi di vn ducato, Il qual residuo di $\frac{28}{240}$ è di bisogno di nuouo spezzarlo in altra qualità più approssimante all'intiero, che perciò fare è di bisogno ritrouar vn numero, che possa misurare il nominatore, e denominatore senza che dall'vno, nè dall'altro vi auanzi cosa alcuna, al qual effetto partito il numero 28. per numero 4. quello misurarà sette volte, ed anco misurarà la quantità di 240. sessanta volte, li quali poi aggiustati in questo modo $\frac{7}{60}$ ci assicuraremo tal quantità eguagliarsi in poteza

za

4 1	28	1 7
4 1	240	1 60.
	7 / 60.	

za à 28 che p cō- 240 clusione della detta propositione habbiamo ritrouato tutte le dette quantità proposte valere vn ducato, e sette sissantesimi di ducato, che è quanto si desideraua sapere,

Per peruenire all'additione de rotti.

IN due modi si può cōseguire ogni summa de numeri rotti, cioè quando essi si ritrouano di seguito di medesima natura l'vno all'altro, in tal caso non v'occorre altro che aggiustar insieme i nominatori consecutiuamente, e ridurli ad vna sola quantità, ed intermediante vna linea, sotto la quale si constituirà la quantità, ò sia qualità di vn denominatore. Exempli gratia s'hà da far l'additione di quattro ottaui, di trè, di due, e di sei, li quali dopò hauergli dispo sti l'vno appresso l'altro, come sono disegnati in immargine, vniremo assieme

tutti

$\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{8} \cdot$ tutti li nominatori, la qual summa ascenderà à quindici, il qual numero si disponerà sopra di vna linea, sotto la quale descriueremo anche vn denominatore in questo modo $\frac{15}{8}$ indice di quindici ottaui. hor douendole ridurre à numero intiero, come habbiamo accennato di sopra, è bisogno il maggior vēghi misurato dal minore, che in tal caso il denominatore 8. entrarà nel nominatore 15. vna volta, ed auanzarà sette ottaui, che và inferire, che tutte quelle quantità, ò sian residui proposti vagliano quanto vn intiero, e sette ottaui mancandouene vno per compire i due intieri, li quali è necessario di segnarli così

8 | 15 | 1. $\frac{7}{8}$

1 $\frac{7}{8}$ Mà passando ad altro esempio, massime quando v'occorresse sūmare residui, che non fussero di medesima natura, cioè aggiustar assieme per modo di esempio $\frac{4}{6}$ e $\frac{2}{9}$ In tal caso è bisogno ricorrere à quanto s'è detto nel passato capitolo, che disposte le due linee in croce disporremo da vn canto li $\frac{4}{6}$, e dall'altro

tro li $\frac{2}{5}$ dopò moltiplicando il nominatore dell'vno con il denominatore dell'altro, verbi gratia il nominatore delli $\frac{2}{5}$ cô il denominatore delli $\frac{4}{6}$ moltiplicati dicono 12. prodotto, che si porrà in capo di vna delle linee in croce, cioè dalla parte delli due quinti, Inoltre fatto il simile con il nominatore delli $\frac{4}{6}$ ed il denominatore delli $\frac{2}{5}$ chiando la moltiplica-incrocciatione ascenderà alla summa di 20. che pur si disporrà in testa l'altra linea, che poi fattone l'additione di queste due quantità peruenute diranno ambi 32. quantità per collocare nell'incrocchiamento delle due linee, però dalla parte di sopra, ciò fatto è anco necessario moltiplicare i due denominatori, li quali hauranno per ascendente il numero 30. che bisogna disponere nell'incrocchiatura di dette linee dalla parte di sotto nella forma, che nell'immargine fù disegnata,

20 12
32
$\frac{4}{6}$ $\frac{2}{5}$
30

dalla qual operatione risulta per le dette due quãtità proposte ascendere di valore di trenta due trentesimi, cioè $\frac{32}{30}$ la maggior quantità de quali, quando verrà misurata dalla minore ne risultarà da tal partimento vn intiero, ed auanzaranno

ranno due trentesimi, che in tal forma douranno essere disposti

$$30 \mid 32 \;\cdot\cdot \;\Big|\; 1.\ \frac{2}{30}$$

$$1\ \frac{2}{30}$$

hor quando ritrouate vn numero, che misura il nominatore, e denominatore del detto residuo, per maggiormente approssimarlo all'vnita, altro numero più proprio non si potrà ritrouare, che il numero 2. potendo quello misurare è l'vno, e l'altro senza residuo alcuno entrandoui nel due vna volta, e nel 30. quindici volte, in maniera che per conclusione li $\frac{32}{30}$ vagliano vn intiero, ed vn quindesimo d'intiero, cioè $1\ \frac{1}{15}$ per il che habbiamo definito la propositione.

$$2 \mid \frac{2}{30} \;\Big|\; \frac{1}{15}$$

Per sottrahere numero spezzato da numero spezzato.

On s'allõtana tal operatione dall'antecedente, eccettuato, che in luogo dell'additione delle due quantità peruenute dall' incrocchiata moltiplicatione delli nominatori con li denominatori, in questa operatione bisogna quelle sottrahere l'vna dall'altra, ed il residuo collocarlo nella incrocchiatura di sopra delle due linee, del resto è tutto, e per tutto vniforme all'operatione delle passate regole.

Exempli gratia son peruenuti in testa delle due linee i prodotti causati dalla detta moltiplicatione incrocchiata trà li nominatori, e denominatori, cioè in capo l'vna, la quantità di 10. e nell'altra la quantità di 21. hor in luogo di queste due quantità farne l'additione, è mestiero abbassare l'vna dall'altra, cioè chi di 21. paga 10. rimane 11. Il qual residuo si disponerà nel mezzo delle due linee dalla parte di sopra, dindi moltiplicati li due denominatori l'vno per l'altro ne auuiene 35 Il qual senza farne altra

detrat-

10 21
11
$\frac{2}{7}$ $\frac{3}{5}$
35

detrattione anco si collocarà nel mezzo delle dette due linee nella parte di sotto di modo che queste due quantità proposte di $\frac{2}{7}$ e di $\frac{3}{5}$ abbassate l'vna dall'altra, ed ancorche cambiate siano di natura nientedimeno rimane ancor le maggior quantità in pontenza quanto $\frac{11}{35}$, il qual rotto per essere composto di nominatore, e denominatore impari resta impossibile approssimarlo maggiormente all'intiero numero, mà però per regola accertata quando che l'intiero fusse composto di 35. parti, questo auanzo di $\frac{11}{35}$ s'egua gliarebbe ad vndeci di quelle parti contenute nel numero intiero.

Della multiplicatione de numeri spezzati.

I multiplicare rotto con rotto in luogo d'augumētare l'vnità si diminuisce. Exempli gratia è di mestiero ritrouare il multiplice di $\frac{2}{3}$ delli $\frac{2}{5}$ dopò quelli aggiusta ti l'vno appresso l'altro, come si vede disegnato nell'immargine disponendo li auue-

auuenimenti intermediante vna linea, e multiplicati i due nominatori, cioè due via due fanno 4. che si porrà sopra vna linea, dindi moltiplicati anche li due denominatori, il prodotto de' quali sarà 9. che bisogna disponerlo sotto il prodotto delli nominatori, che si ritrouano 4. intermediãte l'vno, e l'altro del

$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \mid \frac{4}{9} \cdot$

la detta linea, in tal modo $\frac{4}{9}$ sarà finita l'operatione, dicendo che il moltiplice di detti due numeri rotti sia quattro nonesimi.

Altro modo di multiplicare rotto con rotto.

VErbi gratia venendo proposti trè numeri, de i quali ciascheduno de nominatori multiplicati in se, e dell' auuenimento fatto vna sola sũma, è bisogno quella resti eguale al multiplice di vno delli denominatori, oltre che delle due quantità peruenute dalli numeratori, e denominatori, quando verranno reparrite l'vna con l'altra, rimanga vn intiero senza al-

cun residuo. Per il che indubitatissimamente sono i numeri ricercati, con i quali potremo risoluere la propositione, e che sij il vero multiplicaremo il primo nominatore delle

$\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{6}{7}$

cioè due via due sono 4. che disponeremo a parte nell'immargine, dindi trè via trè fanno 9. che applicaremo sotto il quattro, e finalmente sei via sei, il suo moltiplice è 36. qual prodotto anco disporeremo sotto il noue, de quali poi fattane l'additione summano 49. hor quando verrà multiplicato vn denominatore in sè, cioè 7. via 7. vale 49. quantità, che resta eguale alli trè prodotti delli nominatori come fù proposto, similmente ripartita l'vna per l'altra quantità, cioè l'auuenimento delli trè nominatori con l'auuenimento di vno de denominatori, che tutti due si ritrouaranno eguali, e ne risultarà vn intiero, nel qual modo restarà risoluta la propositione.

4.
9.
36.
49.

49 | 1 49 | 1 1

Altro modo per ritrouare numeri rotti in modo che l'auuenimento del multiplice

tiplice loro ripartito con l'auuenimento del multiplice secondo venghino constituiti quattro numeri intieri senza lasciarui alcun residuo. Il che quando i nominatori staranno multiplicati ciascheduno appartatamente come s'è fatto di sopra, l'auuenimento sarà parimente il multiplice d'vn delli denominatori, e sarà 49. quātità, che misurarà quattro volte il detto numero 196 senza restarui residuo alcuno, come viene marcato nel l'immargine, nel qual modo si concluderà hauer anco risoluta la propositione: poiche il moltiplice delle dette quantità si è ritrouato valere quattro numeri intieri.

$\frac{4}{7} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{12}{7}$

16.
36.
144.
49 | 196. | 4

Del partire rotto con rotto.

Er partire i numeri ſpezzati gl'vnì con gl'altri,auuiene ch'in luogo,che la quãtità nell'antecedẽte ſminuiua,nella p̃ſẽte accreſce: auertendo ſolo d'aggiuſtare ſempre lo che ſi vuole partire dalla parte ſiniſtra,ed il partidore alla dritta,e dopò l'hauer fatto incrocchiare due linee , ed à canto à quelle diſpoſti i numeri , che s'intende partire,come viene il tutto aggiuſtato nell'immargine , ed oprando la moltiplicatione in croce nella medeſima forma s'è fatto nelli paſſati eſempi, riſultarà in capo le due linee, cioè di ſopra il $\frac{1}{3}$ vn numero 4. e ſopra il $\frac{1}{4}$ altro numero 3. ſuppoſto che 'l detto $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ ſiano le quantità,che ſi preſuppongono ſeruire di eſempio: douendoſi di loro farne la partitione in modo,che il 3.e 4.che ſono poſati in capo dette linee ſaranno i prodotti peruenuti dall'operatione fatta in croce,hor è biſogno partire il nume-

$$\begin{matrix} 4 & & 3 \\ \frac{1}{3} & \times & \frac{1}{4} \end{matrix}$$

ro

ro 4. per l'altro numero 3. il quale verrà misurato vna volta, ed auanzarà vno, che bisogna constituirlo di sopra ad vna lineetta, e sotto à quella il partitore 3. in maniera, che risultarà vn intiero ed vn terzo, che si dourà disegnare cosi $1\frac{1}{3}$ per il quale è necessario conseguire tal modo d'oprare in ogn'altra sorte de numeri rotti: mētre resta risoluta la propositione passaremo alla dichiaratione della regola di proportione, radice quadra, e cuba: douendone queste seruire di indrizzo à tutto ciò che si deue trattare.

3 1	4	$1\frac{1}{3}$

Della regola di proportione detta del trè.

CAP. V.

DI quanta vtilità, e giouamento sia questa regola appo la pratica della Geometria è cosa veramente di non poca merauiglia: poiche con tal operatione con trè cose conosciute si può peruenire alla certez-

za della quarta non ostante che di quella non se n'habbi alcuna cognitione, Exempli gratia sono trè quantità, cioè la prima marcata di lett. A. che contiene in se quattro parti eguali, la seconda B. composta di due simili, e la terza C. pur ne contiene sei anche eguali alle prime. Hor è di mestiero ritrouarne la quarta, la quale in se contenga con la quantità C. le medesime proportioni, che contengono la quantità A. con la quantità B. cioè che la quantità C. si risguarda con la quarta come pur si risguarda la prima A. con la secōda B; ed essendo la quantità A. in proportione doppia con la B. cosi è di bisogno, che la quantità C. rimangha doppia alla quarta, la quale fin à questo pūto non se ne hà cognitione, e si come la seconda B. contiene in se due parti della quantità A. cosi anco è bisogno, che la quarta si ritroui composta della metà di tutta la quantità C.

Ch'in tal caso per risoluere tal propositione è necessario disponere d'vna parte la quantità di A. la quale fù composta di quattro parti, e dopò quella la quantità B. contenendone anche due quantità simili, ed appresso questa l'altra

quan-

quantità C. similmente supposta di sei parti, intermediante l'vna all'altra quantità constituendo vn puntino per separarlo, come il tutto nell'immargine si vede disegnato.

4. 2. 6.
2.
12.

Nel qual modo disposto diremo se quattro donan due, che mi donaranno sei, auuenirà perciò, che multiplicata la terza C. con la seconda B. e l'auuenimento de quali ripartito dalla prima quantità A. il prodottocontenerà 3. particelle eguali alle prime, quelle saranno la quantità ricercata, in modo che come due è metà di quattro, così trè sarà anco metà di sei, in maniera, che la medesima proportione, che hà la prima cō la secōda, l'istessa hà la terza cō la quarta: perilche auuiene, che cō dette trè quātità proportionali si può anco accertare la

4 I 12 I 3

quarta (per la terza, è quarta del quinto, e per la duodecima del sesto di Euclide.)

Della regola di proportione doppia.

S'Intenderà per regola di proportione doppia quando vi sono cinque quantità, & che la prima hà proportione data con la seconda, e terza. similmente la quarta resta accertata con la quinta, restandoui incerta la sesta, per la qual cosa è bisogno accertarla. Exempli gratia due mastri muratori in sei giorni fecero quindici braccia di muraglia, quante ne farebbero in otto giorni quattro mastri seguendo vna continuata diligenza senza alcuna interruttione, che per resoluere ciò, è necessario disegnare à parte in capo li due mastri con il tempo, ch'impiegaranno à farle quindici braccia di muro, dindi le quindici brac-

mastri	giorni	brac.	giorni	mastri
2	6	15	8	4

cia dopò li otto giorni, ed appresso li quatro mastri, come nell'immargine si vede disegnato.

Hora per ridurre à fine tal operatione è di mestiero in primo luogo multiplicare

plicare le due prime figure à mano dritta, che sono li due maſtri con li ſei giorni ſeguendo di prodotto 12. in ſecondo luogo moltiplicaremo anche le due vltime figure delli otto giorni, e li quattro maſtri, che 'l moltiplice ſarà 32.

2	6	15	8	4
	2		4	
	12.		32.	

in terzo luogo di nuouo è neceſſario multiplicare la quantità di 32. con la quantita delle braccia 15. riſultandone d'auuenimento 480. in quarto luogo biſogna partire detta quantità di 480. per il primo prodotto 12. e ſeguita l'operatione ne reſultarà 40. e tante braccia potranno far in otto giorni li quattro maſtri à proportione di quanto fecero li primi due maſtri in ſei giorni: oſſeruandoſi il ſimile in qualunque altra propoſitione ancorche fuſſe indifferente materia.

15.
32.
30.
45
480
12 | 0 0(0 | 40.

Per risoluere geometricamente tal propositione.

Vesta questione la risolueremo geometricamente per la 12. propositione del sesto di Euclide, che per far q̃sto fà bisogno cõstituire l'Angolo C A E ad libitum, dindi fatta vna picciola scaletta per esempio di braccia, e sia questa manica di lett. F. hor habbiamo ritrouato, che due mastri in sei giorni fabricorono 15. braccia di muro, per il che fù bisogno moltiplicare la quantità delli due mastri con li seigiorni, e ritrouassimo d'auuenimento 12. similmente multiplicassimo li otto giorni cõ li quattro mastri, e quelli risultarono 32. In maniera che habbiamo trè quantità conosciute, che secondo la regola ordinaria di proportione vi resta ritrouare la quantità non conosciuta, che per conseguire la risolutione dell'operatione pigliaremo con il compasso 12. braccia dalla scaletta, e tal quantità riportaremo sopra la base del triangolo A C, e sia tal quantità A B, e perche 12. donorno 15. braccia di muro ripigliaremo dalla detta scaletta altre 15. braccia, e quelle applicaremo

caremo sopra detta base, come viene mercato di lett. B C, mà, 12. e donorno 15. quanto dunque potranno donare 32. che perciò accertare è necessario di nuouo pigliare con il compasso dalla detta scaletta 32. braccia le quali poi s'applicaranno nel lato A E del triangolo, e sia verbi gratia tal quantità A D, e dal punto B. tendente al punto D, si produrrà la retta B D, e similmente dal punto C, constituiscasi la retta C E, in maniera disposta, che resti parallela alla B D, e che tagli il lato A E in punto E, dico che è la quantità ricercata, la quale necessariamente dourà cōtenere 40. braccia secondo è stato ritrouato nell'antecedente esempio, che sarà quella quantità, che in otto giorni li quattro mastri potranno fare à proportione del resto, in modo che presa con il cōpasso la detta quantità di D E, e quella riportata sopra la detta scaletta ritrouaremo, che contiene 40. di quelle braccia, che si misuraranno tutte l'altre parti.

Della radice quadra.

CAP. VI.

On sarà di minor vtilità questa operatione nell'occorrẽze della prattica che dell'antecedente; poiche l'vna serue di base per accertar le proportioni del l'altra, e da q̃sta si cauarà la cognitione d'ogni numero quadrato. Hor per radice di numero s'intẽderãno tutti quei numeri, che dopò multiplicati in se stessi causaranno il loro multiplice di quantità eguale senza lasciarui alcun residuo, come sarebbe per esempio il quadrato A. per essere composto ciaschedun lato di trè piedi, che moltiplicato vn lato per l'altro augumentarà il suo multiplice sino alla quantità di noue, nõ auanzandoui cosa alcuna in modo, che trè saranno la radice del numero noue, e cosi s'intẽderà d'ogni altro, cioè del 16. il quattro le serNirà di radice, il cinque al numero 25. il 6. al 36, similmente di 49. sarà il 7. di 64. 8. di 81. il numero 9. e finalmente 10. è radice di 100. osseruandosi il simile in ogn'al-

ogn'altra maggior quantità; auertendo che quelli numeri che nō potrāno essere misurati d'altro numero senza rimanerui qualche auanzo non si chiamaranno quadrati per causa, che'l residuo per esser parte del tutto non può eguagliarse alla radice. Exempli gratia il quadrato B.del quale ciascheduno lato supposto di piedi $3\frac{1}{3}$ è bisogno, che'l multiplice di esso aggiūga alla quātità di piedi $11\frac{1}{3}$ mancandoui piedi $4\frac{2}{3}$ al supplemēto del moltiplice 16. nel qual il numero 4.gli rimane radice, di modo che multiplicati tutti i numeri per se stessi, i loro auuenimenti s'intenderanno multiplici di radice, mà rimanendoui dopò se qualche residuo bisogna cauarne da tutto il numero la sua più prossima radice come s'osserua nel sudetto quadrato B. per essere composto di piedi $11\frac{1}{3}$ auuiene che la radice è solo piedi 3. ed auanzano $\frac{7}{3}$. poiche oculatamente si vede in esso entrarui noue quadretti di vn piede l'vno, ed auanzano sett'altri d'vn terzo, che in potenza vagliano quanto due delli medesimi quadrati, ed auanzarà anco vn terzo.

$3\frac{1}{3}$ B $3\frac{1}{3}$

Ma

Ma possiamo per tanto con tal mezzo a risoluere vn'altra propositione maggiore mentre sarà necessario peruenire alla cognitione della radice del numero 24964. che perciò adempire fà di bisogno in primo luogo costituire vn puntino sopra l'vltima figura, nel qual esempio è il numero 4. dindi lasciando l'antecedente di essa, che sarà il numero sei, e sopra del noue vn'altro puntino, e similmente altro puntino sopra il numero 2. intermediante il numero 4. In maniera che si deue osseruare per regola accertata in qualunque propositione si sia di constituire sempre vn puntino, cioè vna figura sì, e l'altra figura nō dinotante detti puntini quante figure vi vorranno per formar il numero radicale in quella quantità, che si sarà proposta, nel qual esempio son necessari trè puntini per essere composta la quantità di cinque figure, come si vedono di sopra disegnate.

.		.		.
2	4	9	6	4

Ma quando in luogo di cinque figure vi entrassero solamente nella quautità proposta quattro figure, come sarebbe 4964. in tal caso vi bisognarebbero solo due puntini per causa, ch'auanti il quattro prima figura, non vi si ritroua altra figura

figura per applicarui il puntino, ed in luogo si direbbe la radice di quattro, bisogna dire la radice di 49. in maniera che la radice di tal quantità non potrà esser construtta, che di due numeri soli. Inoltre incontrandosi numeri ò maggiori, ò vero minori di quello vien proposto in quest' due esempi, bisogna osseruare per regola accertata, ch'ogni trè figure dimandino due puntini, e le due vn puntino solo, cominciãdo però sempre dall'vltima figura.

Ed aggiustato sopra le dette figure nel modo, e forma che nell'immargine viene marcato: mentre l'operatione s'andarà proseguendo. In secondo luogo fat

```
1    .   .
2 4 9 6 4
―――――――――
1
```

fatto capo alla prima figura, che essendo il numero 2. diremo la radice di due è vno, perche vno via vno fà vno, che per non esserui altro più possimiore del due auuiene, che vno sia radice del detto due, che nouamente replicato vno via vno pur fà vno prodotto, che si collocarà sotto il due intermediante vna linea, Il qual poi anco abbassato dal detto due rimanerà vno, che verrà disposto anco sopra del detto due in luogo del puntino dando di penna al 2. Il qual residuo accompagnato con il 4. dirà 14.

cun residuo. Per il che indubitatissimamente sono i numeri ricercati, con i quali potremo risoluere la propositione, e che sij il vero multiplicaremo il primo nominatore delle

$\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{6}{7}$

$\frac{2}{7}$ cioè due via due sono 4. che disponeremo a parte nell'immargine, dindi trè via trè fanno 9. che applicaremo sotto il quattro, e finalmente sei via sei, il suo moltiplice è 36. qual prodotto anco disponeremo sotto il noue, de quali poi fattane l'additione summano 49. hor quando verrà multiplicato vn denominatore in sè, cioè 7. via 7. vale 49. quantità, che resta eguale alli trè prodotti delli nominatori come fù proposto, similmente ripartita l'vna per l'altra quantità, cioè l'auuenimento delli trè nominatori con l'auuenimento di vno de denominatori, che tutti due si ritrouaranno eguali, e ne risultarà vn intiero, nel qual modo restarà risoluta la propositione.

4.
9.
36.
―
49.

$\frac{49}{49}$ I $\frac{49}{49}$ I I

Altro modo per ritrouare numeri rotti in modo che l'auuenimento del multiplice

tiplice loro ripartito con l'auuenimento del multiplice secondo venghino constituiti quattro numeri intieri senza lasciarui alcun residuo. Il che quando i nominatori staranno multiplicati ciascheduno appartatamente come s'è fatto di sopra, l'auuenimento sarà parimente il multiplice d'vn delli denominatori, e sarà 49. quātità, che misurarà quattro volte il detto numero 196 senza restarui residuo alcuno, come viene marcato nel l'immargine, nel qual modo si concluderà hauer anco risoluta la propositione: poiche il moltiplice delle dette quantità si è ritrouato valere quattro numeri intieri.

$$\frac{4}{7} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{12}{7}$$

	16.	
	36.	
	144.	
49	196.	4

Del partire rotto con rotto.

Er partire i numeri ſpezzati gl'vnì con gl'altri, auuiene ch'in luogo, che la quãtità nell'antecedẽte ſminuiua, nella pſẽte accreſce: auertendo ſolo d'aggiuſtare ſempre lo che ſi vuole partire dalla parte ſiniſtra, ed il partidore alla dritta, e dopò l'hauer fatto incrocchiare due linee, ed à canto à quelle diſpoſti i numeri, che s'intende partire, come viene il tutto aggiuſtato nell'immargine, ed oprando la moltiplicatione in croce nella medeſima forma s'è fatto nelli paſſati eſempi, riſultarà in capo le due linee, cioè di ſopra il $\frac{1}{3}$ vn numero 4. e ſopra il $\frac{1}{4}$ altro numero 3. ſuppoſto che 'l detto $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ ſiano le quantità, che ſi preſuppongono ſeruire di eſempio: douendoſi di loro farne la partitione in modo, che il 3. e 4. che ſono poſati in capo dette linee ſaranno i prodotti peruenuti dall'operatione fatta in croce, hor è biſogno partire il numero

$$\begin{matrix} 4 & & 3 \\ & \times & \\ \frac{1}{3} & & \frac{1}{4} \end{matrix}$$

ro

ro 4. per l'altro numero 3. il quale verrà misurato vna volta, ed auanzarà vno, che bisogna constituirlo di sopra ad vna lineetta, e sotto à quella il partitore 3. in maniera, che risultarà vn intiero ed vn terzo, che si dourà disegnare cosi $1\frac{1}{3}$ per il quale è necessario consegui re tal modo d'oprare in ogn'altra sorte de numeri rotti: mẽtre resta risoluta la propositione passaremo alla dichiaratione della regola di proportione, radice quadra, e cuba: douendone queste seruire di indrizzo à tutto ciò che si deue trattare.

31	4	$1\frac{1}{3}$

Della regola di proportione detta del trè.

CAP. V.

Di quanta vtilità, e giouamento sia questa regola appo la pratica della Geometria è cosa veramente di non poca merauiglia: poiche con tal operatione con trè cose conosciu te si può peruenire alla certez-

za della quarta non ostante che di quella non se n'habbi alcuna cognitione, Exempli gratia sono trè quantità, cioè la prima marcata di lett. A. che contiene in se quattro parti eguali, la seconda B. composta di due simili, e la terza C. pur ne contiene sei anche eguali alle prime. Hor è di mestiero ritrouarne la quarta, la quale in se contenga con la quantità C. le medesime proportioni, che contengono la quantità A. con la quantità B. cioè che la quantità C. si risguarda con la quarta come pur si risguarda la prima A. con la secōda B; ed essendo la quantità A. in proportione doppia con la B. così è di bisogno, che la quantità C. rimangha doppia alla quarta, la quale sin à questo pūto non se ne hà cognitione, e si come la seconda B. contiene in se due parti della quantità A. così anco è bisogno, che la quarta si ritroui composta della metà di tutta la quantità C.

A 4
B 2
C 6

Ch'in tal caso per risoluere tal propositione è necessario disponere d'vna parte la quantità di A. la quale fù composta di quattro parti, e dopò quella la quantità B. contenendone anche due quantità simili, ed appresso questa l'altra

quan-

quantità C. similmente supposta di sei parti, intermediante l'vna all'altra quantità constituendo vn puntino per separarlo, come il tutto nell'immargine si vede disegnato.

4. 2. 6.
2.
12.

Nel qual modo disposto diremo se quattro donan due, che mi donaranno sei, auuenirà perciò, che multiplicata la terza C. con la seconda B. e l'auuenimento de quali ripartito dalla prima quantità A. il prodottocontenerà 3. particelle eguali alle prime, quelle saranno la quantità ricercata, in modo che come due è metà di quattro, così trè sarà anco metà di sei, in maniera, che la medesima proportione, che hà la prima cō la secōda, l'istessa hà la terza cō la quarta: perilche auuiene, che cō dette trè quātità proportionali si può anco accertare la

4 | 12 | 3

quarta (per la terza, e quarta del quinto, e per la duodecima del sesto di Euclide.)

Della regola di proportione doppia.

'Intenderà per regola di proportione doppia quando vi sono cinque quantità, e che la prima hà proportione data con la seconda, e terza. similmente la quarta resta accertata con la quinta, restandoui incerta la sesta, per la qual cosa è bisogno accertarla. Exempli gratia due mastri muratori in sei giorni fecero quindici braccia di muraglia, quante ne farebbero in otto giorni quattro mastri seguendo vna continuata diligenza senza alcuna interruttione, che per resoluere ciò, è necessario disegnare à parte in capo li due mastri con il tempo, ch'impiegaranno à farle quindici braccia di muro, dindi le quindici brac-

mastri	giorni	brãc.	giorni	mastri
2	6	15	8	4

cia dopò li otto giorni, ed appresso li quatro mastri, come nell'immargine si vede disegnato.

Hora per ridurre à fine tal operatione è di mestiero in primo luogo multiplicare

plicare le due prime figure à mano dritta, che sono li due mastri con li sei giorni seguendo di prodotto 12. in secondo luogo moltiplicaremo anche le due vltime figure del li otto giorni, e li quattro mastri, che 'l moltiplice sarà 32.

2	6	15	8	4
	2			4
	12.			32.

in terzo luogo di nuouo è necessario multiplicare la quantità di 32. con la quantita delle braccia 15. risultandone d'auuenimento 480. in quarto luogo bisogna partire detta quantità di 480. per il primo prodotto 12. e seguita l'operatione ne resultarà 40. e tante braccia potranno far in otto giorni li quattro mastri à proportione di quanto feceroli primi due mastri in sei giorni: osseruandosi il simile in qualunque altra propositione ancorche fusse indifferente materia.

15.
32.
30.
45
480
12 | 0 0(0 | 40.

Per

Per risoluere geometricamente tal propositione.

Vesta questione la risolueremo geometricamente per la 12. propositione del sesto di Euclide, che per far q̃sto fà bisogno cõstituire l'Angolo C A E ad libitum, dindi fatta vna picciola scaletta per esempio di braccia, e sia questa manica di lett. F. hor habbiamo ritrouato, che due mastri in sei giorni fabricorono 15. braccia di muro, per il che fù bisogno moltiplicare la quantità delli due mastri con li seigiorni, e ritrouassimo d'auuenimento 12. similmente multiplicassimo li otto giorni cõ li quattro mastri, e quelli risultarono 32. In maniera che habbiamo trè quantità conosciute, che secondo la regola ordinaria di proportione vi resta ritrouare la quantità non conosciuta, che per conseguire la risolutione dell'operatione pigliaremo con il compasso 12. braccia dalla scaletta, e tal quantità riportaremo sopra la base del triangolo A C, e sia tal quantità A B, e perche 12. donorno 15. braccia di muro ripigliaremo dalla detta scaletta altre 15. braccia, e quelle applicaremo

caremo sopra detta base, come viene mercato di lett. B C, mà, 12. e donorno 15. quanto dunque potranno donare 32. che perciò accertare è necessario di nuouo pigliare con il compasso dalla detta scaletta 32. braccia le quali poi s'applicaranno nel lato A E del triangolo, e sia verbi gratia tal quantita A D, e dal punto B. tendente al punto D, si produrrà la retta B D, e similmente dal punto C, constituiscasi la retta C E, in maniera disposta, che resti parallella alla B D, e che tagli il lato A E in punto E, dico che è la quantità ricercata, la quale necessariamente dourà contenere 40. braccia secondo è stato ritrouato nell'antecedente esempio, che sarà quella quantità, che in otto giorni li quattro mastri potranno fare à proportione del resto, in modo che presa con il cōpasso la detta quantita di D E, e quella riportata sopra la detta scaletta ritrouaremo, che contiene 40. di quelle braccia, che si misuraranno tutte l'altre parti.

Della

Della radice quadra;

CAP. VI.

On sarà di minor vtilità questa operatione nell'occorrẽze della prattica che dell'antecedente; poiche l'vna serue di base per accertar le proportioni del l'altra, e da q̃sta si cauarà la cognitione d'ogni numero quadrato. Hor per radice di numero s'intẽderãno tutti quei numeri, che dopò multiplicati in se stessi causaranno il loro multiplice di quantità eguale senza lasciarui alcun residuo, come sarebbe per esempio il quadrato A. per essere composto ciaschedun lato di trè piedi, che moltiplicato vn lato per l'altro augumentarà il suo multiplice sino alla quantità di noue nõ auanzandoui cosa alcuna in modo, che trè saranno la radice del numero noue, e cosi s'intẽderà d'ogni altro,

9.

3. A

cioè del 16. il quattro le serirà di radice, il cinque al numero 25. il 6. al 36, similmente di 49. sarà il 7. di 64. 8. di 81. il numero 9. e finalmente 10. è radice di 100. osseruandosi il simile in ogn'al-

ogn'altra maggior quantità; auertendo che quelli numeri che nõ potrãno essere misurati d'altro numero senza rimanerui qualche auanzo non si chiamaranno quadrati per causa, che'l residuo per esser parte del tutto non può eguagliarse alla radice. Exempli gratia il quadrato B. del quale ciascheduno lato supposto di piedi $3\frac{1}{3}$ è bisogno, che'l multiplice di esso aggiũga alla quãtità di piedi $11\frac{1}{3}$ mancandoui piedi $4\frac{2}{3}$ al suppleměto del moltiplice 16. nel qual il numero 4. gli rimane radice, di modo che multiplicati tutti i numeri per se stessi, i loro auuenimenti s'intenderanno multiplici di radice, mà rimanendoui dopò se qualche residuo bisogna cauarne da tutto il numero la sua più prossima radice come s'osserua nel sudetto quadrato B. per essere composto di piedi $11\frac{1}{3}$ auuiene che la radice è solo piedi 3. ed auanzano $\frac{7}{3}$. poiche oculatamente si vede in esso entrarui noue quadretti di vn piede l'vno, ed auanzano sett'altri d'vn terzo, che in potenza vagliano quanto due delli medesimi quadrati, ed auanzarà anco vn terzo.

$3\frac{1}{3}$

B

$3\frac{1}{3}$

Ma

Ma possiamo per tanto con tal mezzo a risoluere vn'altra propositione maggiore mentre sarà necessario peruenire alla cognitione della radice del numero 24964. che perciò adempire fà di bisogno in primo luogo costituire vn puntino sopra l'vltima figura, nel qual esempio è il numero 4. dindi lasciando l'antecedente di essa, che sarà il numero sei, e sopra del noue vn'altro puntino, e similmente altro puntino sopra il numero 2. intermediante il numero 4. In maniera che si deue osseruare per regola accertata in qualunque propositione si sia di constituire sempre vn puntino, cioè vna figura sì, e l'altra figura nò dinotante detti puntini quante figure vi vorranno per formar il numero radicale in quella quantità, che si sarà proposta, nel qual esempio son necessari trè puntini per essere composta la quantità di cinque figure, come si vedono di sopra disegnate.

•		•		•
2	4	9	6	4

Ma quando in luogo di cinque figure vi entrassero solamente nella quautità proposta quattro figure, come sarebbe 4964. in tal caso vi bisognarebbero solo due puntini per causa, ch'auanti il quattro prima figura, non vi si ritroua altra figura

figura per applicarui il puntino, ed in luogo si direbbe la radice di quattro, bisogna dire la radice di 49. in maniera che la radice di tal quantità non potrà esser construtta, che di due numeri soli. Inoltre incontrandosi numeri ò maggiori, ò vero minori di quello vien proposto in quest' due esempi, bisogna osseruare per regola accertata, ch'ogni trè figure dimandino due puntini, e le due vn puntino solo, cominciãdo però sempre dall'vltima figura.

Ed aggiustato sopra le dette figure nel modo, e forma che nell'immargine viene marcato: mentre l'operatione s'andarà proseguendo. In secondo luogo fat

```
 1    .   .
 2 4 9 6 4
 ---------
 1
```

fatto capo alla prima figura, che essendo il numero 2. diremo la radice di due è vno, perche vno via vno fà vno, che per non esserui altro più possimiore del due auuiene, che vno sia radice del detto due, che nouamente replicato vno via vno pur fà vno prodotto, che si collocarà sotto il due intermediante vna linea, Il qual poi anco abbassato dal detto due rimanerà vno, che verrà disposto anco sopra del detto due in luogo del puntino dando di penna al 2. Il qual residuo accompagnato con il 4. dirà 14.

In

1			.	.
2	4	9	6	4
1.				
2.				

In terzo luogo il numero 1. che s' applicò sottodella linea, per essere quello radice del due, bisogna radoppiarlo, il qual prodotto, che pur sarà due, s'applicarà sotto alla detta radice intermediante d'altra linea, dindi vederemo quante volte può il due entrare nel numero 14: auertendo però vi rimãga tanto di residuo, che dopò fattane la sottrattione, ed il detto prodotto moltiplicato per se stesso, da quello si possa pagare, hauendo anche l'occhio, che'l residuo, che rimanerà resti meno del prodotto peruenuto quando per se stesio fusse multiplicato. Verbi gratia il detto due può entrare nel numero 14. sette volte, mà dopò fatta la multiplicatione del detto sette con il due è sottrattione con il numero 14. non rimanendoui alcun auanzo sarà euidente detta radice esser troppo alta, dunque il detto sette non può esser radice, e per le medesime raggioni ne meno se gli può intramettere il numero 6. mà ben il cinque, il quale verrà disposto sotto il numero 9. e replicando 2. via 5. fanno 10. che abbassato da 14. rimane 4, residuo, che bisogna disporre

(2
14(4
249)64
1 5
2.

porre sopra il detto quattro, dando di penna al 14. che aggiunto con il numero 9. dirà 49. dindi multiplicando cinque via cinque fà 25. che pagati da 49. rimane ancor di residuo 24. douendosi parimente cancellare il numero 49. mà il pultiplice di 5. che sarà 25. resta maggiore del residuo di 24. come s'è detto douer essere, In maniera che delle trè prime figure dinotanti 249. la radice sarebbe 15. ed auanzarebbe 24. mà perche sopra stanno ancor due figure, cioè il numero 6. ed il numero 4. à quali ritrouandosi il numero 24. auanti vogliono significare 2464. hor di nuouo per accertarsi la radice di tal numero è necessario radoppiare la radice ritrouata 15. il che fatto dirà 30. qual si disponerà sotto il numero 2. radoppiamento della prima radice, intermediante vna lineetta nel modo si vede disposto in imargine, e di nuouo repigliando le trè prime figure di 2464. dalla qual quantità distaccadone l'vltima diranno le trè 246.

20
144 6(0
24964
1 5 8
2.
30.

nel qual il numero 30. può entrarui otto volte, il qual prodotto si disponerà sotto il quattro marcato dell'vltimo puntino, del che dopò, fattane la detrattione rimanerà sei, cioè otto via zero fà o. che abbassato da sei rimane 6. Inoltre trè via otto dice 24. che detratti da 24. resta detta summa eguale; ed annullando il 246. ed aggiunto il residuo sei con il rimanente quattro dirà 64. e di nuouo moltiplicato il prodotto otto peruenuto dalle trè prime figure, cioè 246. dirà 64. e restate le somme rimangono eguali senz'alcun residuo, di maniera che il numero 158. è radice di 24964, restando compita l'operatione: auertendo che dopò seguita l'vltima detrattione auanzandoui qualche residuo è bisogno separarlo con vna linea nel modo, e forma si vede notato nel esempio, che per non esserui auanzato, che vn zero è stato separato con vna linea, nel qual caso quando fussero numeri bisogna disponerli sopra di vna linea appresso della radice, e di sotto il doppio del valore della detta radice; Exempli gratia la radice fusse 10. e l'auanzo noue è bisogno disponerlo in tal modo $10\frac{9}{20}$ mà quando l'auanzo si ritroua essere più alto della detta radice auanti sia stata radoppiata è necessario aggiungere

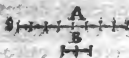
re

re vno alla quantità di tutta la radice radoppiata, ch'in tal caso in luogo di 20 conuerrebbe dicesse 21. come per esempio la radice essendo 10. e l'auanzo è 11. doppo radoppiata, ed aggiuntoui vno si disegnarà così $10\frac{11}{21}$

Hor douendosi accertare se l'operatione sia stata seguita con ogni esattezza, è bisogno multiplicare la radice peruenuta di tutta la summa per se stessa, e l'auuenimẽto di quella confrontandosi con tutta la summa, ed à quella aggiustatoci anche qualche residuo in caso ve ne fusse non v'è dubbio, che l'operatione rimarrà con ogni puntualità, ch'in difetto di non affrontarsi le dette sũme è vi sarà seguito errore nel calcolare è de mestiero rifarla sin tanto ambi restino eguali, come nell'esempio habbiamo ritrouato la radice di 24964. essere 158. che multiplicata la detta radice 158. per se stessa necessariamente l'auuenimento hà d'affrontarsi con detta summa proposta, come in immargine si vede notato.

```
   158.
   158.
 ------
  1264.
  790.
 158
 ------
 24964
```

Per ritrouare geometricamente ogni radice tanto di numero perfetto, quanto di numero sordo.

Er esempio habbiamo la quantità A di piedi 8, ed altra marcata con lett. B. di piedi 2, è perciò necessario di dette due quantità ritrouarne la radice per via geometrica, che per cōseguir questo constituiscasi delle due quantità vna linea sola, e sia la C D, cioè la quātità E C, e la quāti tà di F D. eguale alla quantità di A, e di B,

le quali per essere à queste fatte eguali per necessità la tutta C D. sarà composta di piedi 10, hor sopra tal quantità constituiremo il mezzo circolo C G D, restando il punto E. centro del detto circolo, In oltre dal punto F. termine delle due quantità A, B. eleuādosi la perpendicolare F G, tanto che si congiunga con detta circonferenza in punto G, dico che tal quantità di F G. necessariamente è bisogno sia la radice del le due quantità proposte per essere media

dia proportionale di tutte trè le quantità, per la 8, e 17. propositione del sesto di Euclide.

E che ciò sia vero dal punto G. sia prodotta la transuersale G E, la quale partendosi dalla circonferenza, e terminandosi al centro di essa nõ potrà far di meno, che restar eguale alla C E. ò vero alla E D. per la definitione del cerchio, mà fù proposta la tutta C D. di piedi 10. dũque la C E, e sua simile E D. per essere semidiametri del mezzo cerchio, saranno anche composte ciascheduna di piedi 5. Inoltre incontraremo la G E. à queste due quantità eguale, fà mestiero perciò contener anche piedi 5, e finalmente la C F. che fù fatta eguale alla data quantità di B. è anco bisogno contenga piedi 2, la quale quando verrà abbassata dal semidiametro di C E, che fù construtta di piedi 5. rimaneranno per la quantità di FE. similmente piedi 3. nel qual modo habbiamo conosciute due parti del triangolo EFG, cioè FE di piedi 3, ed E G di piedi 5, e l'Angolo F. fù construtto retto, che per la 47. propositione del primo di Euclide, necessariamente il quadrato della sostendente dell'angolo retto resta eguale alli

quadrati di EF,ed FG.che restano attorno all'Angolo retto, di modo che per ritrouar la quantità del lato FG. non ancor conosciuto è di mestiero di quadrare il lato EG.che fù ritrouato di piedi 5, l'auuenimento del quale sarà piedi 25. quadri,similmente il quadrato di FE.per esser stato composto di piedi 3. l'ascendente del suo quadrato sarà piedi 9.simili, hor sottratto il quadrato di FE. dal quadrato di EG, cioè la quantità di noue dalla quantità di 25,il rimanente sarà piedi 16, dalla qual quantità trattane poi la radice, la qual sarà quattro piedi, e tanto concluderemo douer contenere il lato FG,che è quanto si marcaua perilche con tal operatione perueniremo geometricamente ad ogni radice tanto di numero perfetto,quanto di numero sordo,ed irrationale.

Della

Della radice cuba.

CAP. VII.

On è dubbio veruno, che sin come la radice quadrata gioua per assicurarsi d'ogni numero quadrato superficiale, così si accertarà anche per via della radice cuba la quantità, d'ogni numero cubo, con li quali si peruenirà alla cognitione d'ogni corpo, per esser quelli composti di larghezza, lunghezza, ed altezza, la qual radice douendosene poi auualere nell'occasione per risoluere ogni proportione, si concluderà ch'il numero cubo altro non è, che l'auuenimento proceduto dal numero inferiore, il qual dopo multiplicato per se stesso, e del prodotto vn'altra volta multiplicato per il medemo primo numero. Onde di questo per quanto risultarà dalle dette due multiplicationi, tal multiplice si dirà esser in potenza cuba.

Exempli gratia il numero due restarà radice di otto, perche due via due fanno quattro, e due volte quattro sono otto, similmente trè via trè sono, 9. e trè volte

noue ascendeno à 27. in maniera che trè è anco radice di 27. Inoltre chi hauesse à ritrouar la radice di 125. potrà assicurarsi, che cinque è la radice ricercata: poiche cinque via cinque vale 25. e cinque volte 25. ascende alla quantità di 125. e così s'intenderanno d'ogn'altro numero fino all'infinito, hor per maggiormente farsi intendere, che cosa sia questa radice cuba; poniamo per esempio il cubo A, ch'ogni suo lato sia composto di 3. piedi, e per l'antecedente ciascuna superficie in esso contenuta verrà ripartita da piedi 9. come marcano li noue quadretti in ciascheduna di esse d'vn piede in quadro l'vno, e quando per scontro ad vna delle dette superficie vi s'applicasse altra simile le due si ritrouarebbono di piedi 18. Inoltre applicandosene ancor altra simile contro queste due, ed in maniera aggiustate l'vna contro l'altra, che non ve si scoprì differenza alcuna nelle quantità, e massime, nelle loro congiuntioni, nel qual essere le trè assieme conteneranno piedi 27. (che è per la quarta del primo di Euclide) per essere la base eguale alla base, e gl'Angoli eguali à gl'Angoli, così la superficie alle superficie è bisogno questo corpo rimanga eguale in tutte le sue parti, che per essere composto di trè

super-

superficie quadrate, come dinotano lett. A B C. ritrouandosi ciascuna in grossezza d'vn piede, necessariamente questo tal corpo è bisogno resti cubo; Il che ritrouandosi composto, e misurato dal numero 3. cōcluderemo questo numero 3. essere radice del suo multiplice 27. e cosi s'osseruarà in ogn'altro maggiore, ò minor numero: purche sia rationale.

Mà incontrandosi douer cauar la radice di numero irrationale, il qual doppo accertato della radice di quello vi auanzasse qualche residuo, come sarebbe. Verbi gratia douersi ritrouare la radice di 68. dopò seguita l'operatione risultarà che'l numero 4. seruirà à tal quantità di radice; perche 4. via 4. dicono 16. e quattro volte 16. summano 64. Il che poi abbassato da 68. rimane ancor 4. ed è bisogno tal residuo aggiustarlo di sopra vna linea come nell'immargine si vede; dindi multiplicato di nuouo il detto residuo con la quantità della radice ritrouata, cioè 4.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 68 \\ \hline 4 \\ \hline 16 \\ \hline 64 \end{array} \qquad \frac{4}{80}$$

via

via 4.sono 16.la qual quantità di nuouo si deue moltiplicare con la detta radice auertendo però osseruar per regola generale à quella aggiungere vno ch'in questo esempio dirà cinque,cioè 4.di radice,ed vno,che se gli aggiunge, che poi multiplicato con il prodotto 16. ascende alla summa di 80. che è bisogno applicarlo sotto del residuo 4. intermediante la lineetta, che per essere compita l'operatione concluderemo, che la quantità di piedi $4\frac{4}{80}$ sia la vera radice cuba della quantità di 68, In maniera tale, che quando constituito vn cubo ch'ogni lato di esso fusse composto di piedi 4.e di più vno vintesimo di piede,che tanto vale li quattro ottantesimi sicuramente il detto cubo verrebbe à contenere in potenza 68.piedi cubi, e resterà risoluta la propositione.

Delli

Delli primi termini di Geometria concernenti alla prattica.

CAP. VIII.

Essendosi trattato nelli passati discorsi del modo come il nuouo soldato deue preualersi nell'occasione delle prime regole generali dell'Aridmetica, ed assieme della regola di proportione, e della radice quadra, e cubba con altre curiosità concernenti à quella, nõ sarà perciò di men vtile per posser maggiormẽte risoluere ogni difficultà, e massime ciò, che nell'occorrenze può ò stare auanti gl'occhi, dependenti particolarmente dalla prattica, la quale per essere fũdata sopra base dimostratiua è necessario per via di quella concludere ciò che conuerrà con la deffinitione d'ogni propositione.

Che per togliere ogni difficultà passaremo semplicemente vn discorsetto, che dipende dalla prattica solamente rimettendo ogni dimostratione di ciò, che si discorrerà alli documenti delli 15. libri di Euclide, nelli quali si potrà appagare

ogn'-

ogn'vno,ch'in ciò hauerà tal curiosità, e si come s'è detto habbiamo risoluto per numeri le quattro propositioni aridmetiche,cioè summare,sottrahere,multiplicare, e partire, medesimamente daremo il modo quelle vltimarle geometricamente nel modo, e forma s'andarà discorrendo;ma perche si figorò parlar con quelli,che ancora non sono versati nell'essercitiodella mathematica, prima di passar più oltre disponeremo quei primi principij di geometria concernenti, che cosa sia punto,linea,Angoli,superficie, e corpi, senza i quali difficilmente si potrebbe conseguire l'intelligenza di tutto quello,che si proponerà trattare.

Difinitione del punto, linea, Angolo, superficie,e corpo.

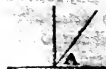
CAP. IX.

IL punto si deue apprédere per cosa immaginaria: poiche non contiene in se stesso parte veruna.

La linea si diffenisce in due modi terminata,ò vero infinita, la fissa viene terminata da due punti, e non contiene in s'è

s'è ne groſſezza, nè larghezza; mà ben lunghezza, ed è quella, che dona l'eſſere à gl'Angoli, ſuperficie, e corpi, la linea retta s'intende quella, che ſi diſtende rettamente ſenza piegarſi in alcuna parte ſia terminata, ò indeterminata, e la circolare per ſe ſteſſa non hà termine alcuno, come oculatamente ſi vede nel circolo A, l'Angolo è quello, che viene cauſato da due linee rette, quando nõ diſcendono egualmente, e che non ſono poſte drittamente frà loro, ed anco riceuerà la ſua forma da due linee curue, ò vero da vna retta, ed altra curua, e quando vengono formati di linee rette ſono detti Angoli rettilinei, di linee curue, Angoli curuilinei, e ſimilmente d'vna retta, ed altra curua Angolo miſchio,

A

In trè ſpecie poſſono eſſere conuertiti gl'Angoli, cioè acuto, retto, ed ottuſo; l'acuto s'intende quello, che è minore di 90. gradi, come lett. A, Il retto è quello, che in sè contiene 90. gradi. Il quale viene conſtituito da vna linea perpendicolare, che caſca ſopra la baſe, e forma l'Angolo A B C, e l'ottuſo è quello, che reſta maggiore di gradi 90. come

A

lett.

lett. AB D.la ſuperficie viene rinchiuſa da linee rette,'ò circolari,contiene ſem plicemente in ſe larghezza,e lunghezza, le loro forme poſſono eſſere in diuerſi modi,cioè trilatere,quadrate, circolari di più lati,e miſchie con linee rette, & curue, le trilatere ſi definiſcono in trè ſpecie,cioè in triangolo equilatero, Iſoſcelle,e ſcaleno, l'equilatero ſi conſtituiſce con trè linee,e trè Angoli eguali, come lett. A, l'Iſoſcelle con due Angoli, & due linee eguali, & d'vn Angolo, e linea diſſuguale come lett. B.ed il triangolo ſcaleno viene compoſto di trè Angoli diſſuguali,e trè linee ſimili come lett.C.

In quanto la definitione del corpo è da notare, che ſi come la ſuperficie deue eſſere compoſta di due quantità,il corpo è biſogno venghi conſtrutto di trè,cioè lunghezza,larghezza,ed altezza: auertendo, che li minori conſtruiti di linee rette nõ potranno ridurſi alla perfettione,nè con meno di trè ſuperficie.

Defi-

Definitione della figura piana.

A figura è quella, ch'è contenuta da vno, ò da più termini, Il qual termine necessariamẽte è bisogno, che sia fine di qualche cosa, in diuersi modi potrà essere rapresentata, cioè in reflesso, in piano, ò rileuato, in forma circolare, ò vero in altre, che da più termini siano contenute.

Definitione del Circolo.

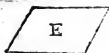
L circolo contiene quella linea, che viene circondata egualmente attorno di vn punto come lett. A, il quale serue di cẽtro al detto circolo, e tutte le linee, che da esso hanno origine tendente, e terminata dalla circonferenza rimangono frà di loro eguali, e tutte vengono chiamate semidiametri, ò vero diametri, cioè quelle, che passando per detto centro, e taglia-

A

no la circonferenza in due parti eguali ſon dette diametro, e quella che ſi termina trà il centro, e la circonferenza ſemidiametro, inoltre la portione circolare è quella figura contenuta da vna linea retta, ò vero circolare, che viene terminata nella circonferenza ed eſteriormē-te fuori del centro, e di quante linee verranno tirate nella detta circonferenza niſſuna è maggiore del detto diametro.

Definitione delle figure quadrilatere, e multilatere.

On è dubbio, che ſi come il circolo frà le figure sferiche ſia il più perfetto, coſi il quadrato A, per eſſer equiangolo equilatero frà le multilatere tiene il primo luogo per eſſere compoſto d'Angoli, e linee eguali, dindi ſeguitano le multilatere regolari B, e dopò il quadrato oblongo, ò ſia paralello grammo C qual è compoſto d'Angoli eguali, mà non di linee, appreſſo del quale

A

quale vengono altre ſorti de quadrati irregolari detti rombi, che ſono compoſti di linee eguali, ed Angoli diſſuguali come per lett. D. In oltre le romboide, come lett. E, e ſimilmente le trapezoide, ò communemente detti capi tagliati come mere lett. F.

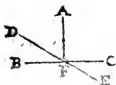
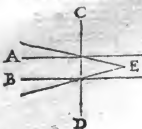
E

F

)OO(

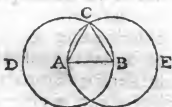
Definitione delle linee perpendicolari.

LA linea perpendicolare è quella, che caſca perpendicolarmẽte nel piano BC. come lett. AF, la quale, ò che rimarrà à liuello con il piano BC, ò vero non eſſendo primo à liuello cauſa due Angoli retti, cioè AFB, ed AFC, e caſo non ſiano ambi ret-

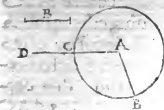
ti, il detto piano BC. non sarà à liuello, e necessariamente l'Angolo AFE. sarà ottuso, e l'altro acuto come lett. AFD; inoltre le linee paralelle, ò equidistanti sono quelle, che scorrendo in vn medesimo piano, e prolongate in infinitum dall'vna, e dall'altra parte nõ si congiongono giamai insieme come lett. AB, sopra la quale aggiustataui vna perpendicolare CD, ciascheduna seruendo di base formaranno due Angoli retti, in difetto de quali dalla parte, che gl' Angoli saranno minori di due retti necessariamẽte si terminaranno le dette due linee ad vna distanza determinata in vn solo punto come lett. E, e per conseguenza non si potranno dire paralelle.

Sopra

Sopra vna data retta linea construire il Triã-golo equilatero equiangolo.

Propositione Prima.

Xempli gratia sia data la retta linea AB, sopra della quale è di bisogno constituire vn triangolo equilatero, il quale habbi à quella ciascheduno de suoi lati eguale, per il che seruendosi di tal quantità per semidiametro, e facendone centro nelle due estremità A B, intorno alle quali si descriueranno i due cerchij BCD, ed ACE, li quali incrocchiandosi nel punto C, dindi saranno prodotte le due rette CA, e CB. restarà perciò risoluta la propositione, e per la definitione del cerchio detto triangolo ACB. sarà equilatero equiangolo, per la prima propositione del primo di Euclide.

Date due linee rette non eguali secarne dalla maggiore vna portione eguale alla minore.

Propos. II.

Igliasi con il compasso la quantità della linea minore B, e con quella fatto contto ad vna delle estremità della maggiore AD, e sia nel punto A, e con tal quantità descriuesi il circolo CB. non è dubbio, che anco per la definitione del cerchio la parte AC sarà tagliata eguale alla data quantità di B. per la terza propositione del primo di Euclide.

Dato vn Triangolo rettilineo diuiderlo per metà.

Proposit. III.

Ia per modo di esempio il dato triangolo BAC, il quale bisogna diuiderlo in due parti eguali, constituiscasi perciò nelle due lati AB, ed A C

AC, due punti à caso, però ciascheduno egualmente distante dal punto A. come marca le lett. DE, dalli quali tirisi la retta DE, sopra la quale è bisogno constituire il triangolo aquilatero DEG. hor dal punto A. al punto G. aggiungasi AG, la quale infallibilmẽte diuiderà il detto triangolo per mezzo per la nona propositione del primo di Euclide.

Data vna terminata rettalinea diuiderla per mezzo.

Proposit. IV.

Vppongasi la retta linea terminata AB, ed è bisogno, che sia diuisa per metà nel qual caso constituiscasi, sopra la tal quantità il triangolo equilatero ACB, e quello per l'antecedente diuidasi per mezzo con la linea CD. dico hauer complito alla propositione, per la 10. del primo di Euclide.

Sopra ad vnà data rettalinea far diſcendere vna perpendicolare in vn punto aſſignato in eſſa.

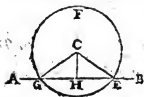
Propoſit. V.

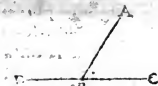
Sia la data rettalinea A B,ed il punto dato C, dal quale è neceſſario eleuare la perpendicolare CF,che per conſeguire ciò aſſignandoſi nella detta AB,altro pũto à caſo, e ſia Verbi gratia D, hora facciſi eguale CE ad CD, e dalla quantità di ED. conſtituiſcaſi il triangolo equilatero DEF, e dal punto F.al punto dato C. tiriſi CF, la quale è biſogno reſti perpendicolare con la propoſta AB,per la 11.propoſitione del primo di Euclide.

Digitized by Google

Da vn punto fuori d'vna data rettalinea. Infinita construire altra perpendicolare à quella.

Proposit. VI.

Ia per esẽpio la data rettalinea infinita AB, ed il dato pũto fuori di essa marcato di lett, C. ch'in tal caso per risoluere questa propositione faccisi à caso vn altro punto di sotto la data AB, e sia il punto H. dindi fatto cẽtro cõ il compasso nell'assignato punto C, e della quantità di CH. constituiscasi il cerchio EFG, il quale tagliarà la data retta AB. in punto G E. hor da questi due termini congiungendosi CG, e CE. non v'è dubbio, che seruendo di base la parte di GE, hauremo constituito vn triangolo GCE, il quale diuidendolo per metà dalla CH. per la nona del primo di Euclide indubitatissimamente quella cascarà perpendicolare sopra la data AB. per la 12. propositione dell'istesso.

Che caschi vna linea retta sopra vn'altra linea retta in qual modo si siano gl angoli, che verranno formati dalle due rette, ò che ambi saranno retti ò vguali à due retti.

Proposit. VII.

Verbi gratia supposta la linea retta AB, che stia sopra la retta CD, e faccia l'Angolo CBA. acuto, e l'Angolo ABD. ottuso e bisogno detti due Angoli, che siano eguali à due Angoli retti, per la 13. prositione del primo di Euclide.

A D C

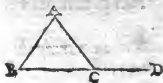
Secandonosi due linee rette gl' Angoli opposti l'vno all altro saranno vguali.

Proposit. VIII.

Siano due linee rette AB, e DC, le quali si sechino in punto E. gl'Angoli AEC, e BED. saranno eguali, e similmente li rimanēti due AED,

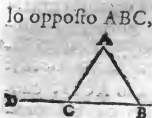
AED. e BEC, e tutti quattro assieme vgua li a quattro Angoli retti, per la 15. del primo di Euclide.

L'Angolo esteriore d'ogni Angolo è maggiore delli due interiori opposti.

Proposit. IX.

Sia prolungato vno de lati dell' Angolo AB C, e sia exempli gratia C*D*. gl'Angoli interiori opposti A, e B. saranno minori dell'Angolo ACD, causato da tal prolongamento per la 16. del primo di Euclide.

Due

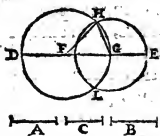
Due Angoli di ciascheduno triangolo presi in qualunque modo rimaneranno minori di due retti.

Proposit. X.

Vpposto il triangolo A BC, nel quale sia prolongato vno de suoi lati come dimostra lett. CB. in punto D. non v'è difficultà alcuna, che l'Angolo ACD. è maggiore dell'Angolo opposto ABC, al quale pongasi commune ACB. gl'Angoli ABC, e BAC. sono minore di due retti per la 17. del primo di Euclide.

Di trè linee rette date construire vn triãgolo.

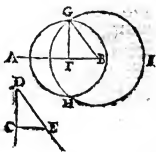
Proposit. XI.

Iano le trè quantità date A, B, C, due delle quali ridotte in vna quantità sola, quelle restino maggiori della rimanente, cioè che la A, B. giunte insieme rimanghino maggiori della

della C, ò vero A, C della B. similmente B, C. maggiori della retta A. ciò conosciuto proponnasi vna linea ad infinitũ, e sia DE, sopra la quale constituiscasi il circolo DHL, che il suo semidiametro DF. resti eguale alla data A. indi faccisi FG. eguale alla data B. Inoltre fatto centro nel punto G, e della quantità della data C. produchisi altro circolo H L E. necessariamente le due circonferenze si intrecciaranno insieme in punto H, e giungendosi HF. e HG. non è dubbio, che il triangolo F G H. haurà ciascheduno de suoi lati eguali alle trè rette date però ciascheduna alla sua, cioè FH. eguale alla data A. e HG. simile alla C. per la definitione del cerchio, e la base FG. essendo stata fatto eguale alla B. restarà anco à quella simile, ed il tutto viene approuato per la 22. propositione del primo di Euclide.

Sopra

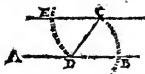
Sopra vna data rettalinea nella quale pre-fisso vn termine si può disegnare vn Angolo rettilineo vguale à qualunque Angolo ret-tilineo dato.

Proposit. XII.

SArà dunque la data rettalinea AB. il punto assignato in essa B, e l'Angolo proposto CDE, nelli cui lati CD. e DE, presi due punti in qualunque modo si sia, e siano per esemptio CE, alli quali aggiungasi CE, che seruira di base al detto Angolo, hor sopra della linea AB, nella quale B. è il termine assignato, e faccisi BF. eguale alla base CE. del detto Angolo, inoltre della quantità di ED. constituiscasi il circolo GHI, che l'assignato punto B. serua di contro al detto circolo, similmente fatto centro in punto F, e della quantità di CD. lato del detto Angolo si formarà altro circolo GBH, e doue

e doue s'incrocciaranno in punto G, ò vero in punto H, che in queſto eſempio ſeruiremo del punto G. giunganſi GF e GB non è dubbio alcuno, che reſterà formato l'Angolo BGF. eguale all'Angolo EDG, che è quanto ſi doueua conſeguire per la 23. propoſitione del primo di Euclide.

Dato vn punto fuori d'vna linea paralella conſtruirne altra ad eſſa paralella, che paſſi per detto punto.

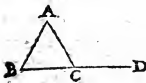
Propoſit. XIII.

Andoſi la retta A B, ed il punto C. conſtituiſcaſi nella A B. qualſiuoglia punto D, e giungaſi C*D*, la quale ſopra la detta AB. cauſarà l'angolo CDB. hor facendoſi l'angolo ECD. eguale ad detto CDB. in modo che la portione circolare ED. ſia eguale alla C B, e dal termine E. al punto C. producendoſi la EC, reſtaranno le

rette AB, ed EC. paralelle, per la 31. propositione del detto primo.

Prolongandosi un lato di qualunque triangolo dato; l'Angolo esteriore resta uguale alli due interiori opposti, ed i trè Angoli interiori del triangolo uguale à due retti.

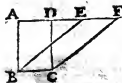
Proposit. XIV.

Xempli gratia prolongato il lato B C. del triengolo ABC, come per lett. CD, l'angolo ACD. sarà eguale alli due interiori opposti, cioè CAB, ed ABC, e similmente presi li detti trè Angoli interiori del detto triãgolo cioè *A*BC, e BC*A*. C*A*B saranno eguali à due Angoli retti per la 32. propositione del primo di Euclide.

A
B C D

Ogni

Ogni paralellogramo, al quale la base resta commune, e constituito nel mezzo di due paralelle sono frà loro uguali.

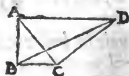
Proposit. XV.

SIano li due paralello grammi ABCD, ed EBCF; per li quali la base BC. resti cõmune, constituiti poi nelle due paralelle AF, e BC. necessariamente il paralello

grammo ABCD. deue essere eguale al paraleliogrammo EBC F, per la 35. propositione del primo.

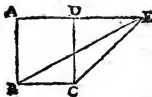
Ogni Triangolo composto frà due paralelle, che habbino la base comune sono frà loro uguali.

Propofit. XVI.

Iano dati li due triangoli ABC, DBC nella medesima base BC, e nelle medesime paralelle AD, e BC. non è da dubitare, che 'l trian-

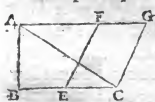
triangolo *A* B *C* sarà eguale al triangolo DBC per la 37. propositione del primo di Euclide.

Se vn paralellogrammo hà la base commune alla base di vn triangolo, e sottoposto nel mezzo à due paralelle, il paralellogrammo rimanerà doppio al detto triangolo, in qualunque modo uenga constituito in dette paralelle.

Proposit. XVII.

Er esempio sia proposto il paralellogrammo *A*B *C*D, ed il triangolo BC E, che ad ambi sia commune la base BC, ed aggiustato nelle paralelle *A*E, e BC. in qualunque modo si sia, dico esser doppio il detto paralellogrammo *A*BC D; al detto triangolo BCE per la 41. propositione del primo di Euclide.

Con-

Construire vn paralellogrammo uguale ad un dato triangolo.

Proposit. XVIII.

Ia il dato triangolo A BC, del quale è bisogno constituire il paralellogrammo E F CG, produchisi dal punto A. sommità del triangolo la retta AG. in modo che resti paralella alla base del detto triangolo BC, indi diuisa per metà detta base BC. in punto E, e nella retta AG. constituiscasi vn punto ad libitum, e sia in questo esempio il punto F, dal quale facciasi FG. eguale ad EC, ed aggiunganſi le rette EF, e CG, dallo quali si produrrà il paralellogrãmo EF CG, che senza dubbio veruno rimanerà eguale al detto triangolo, per la 42. propositione del primo.

Ad una rettalinea data constituire un paralellogrammo uguale ad un dato triangolo.

Proposit. XIX.

Sia per modo di essempio la data retta linea AB, sopra la quale è bisogno constituire vn paralellogrã-mo, che sia eguale al detto triãgolo C, che perciò conseguire per l'antecedente cõstituiscasi il paralellogrammo BE. FG. eguale al triangolo C, e prolongata la data AB. quanto vno de lati del detto paralellogrammo, come lett. BE, e produchisi GB. ad Angoli retti con la detta BA. in modo, che GB. EF. siano eguali al-l'altro lato del detto paralellogrammo, di modo, che tutto il detto paralellogrammo. BEFG, sia aggiustato in maniera con la detta AB, che il lato BE. à quello li rimangha à drittura, hor constituiscasi HA. paralella alla GB. ad ambi prolongandonosi ad infinitum da ciascheduna parte del punto A, similmente il lato, del paralellogrammo FG, si prolongarà tanto, che tagli la retta HA. in

punto

punto H. dindi dal punto H. tendente al punto B. produchisi la trasuersale HB. ad infinitum, e prolongandosi il lato del paralellogrammo FE. tanto, che se rimetti con la transuersale HB. in punto K, e fatto eguale AL. alla quantità di EK, si aggiungerà LK, la quale tagliarà GB. in punto M, nel qual modo hauremo formato il paralellogrammo ABLM. eguale al paralellogrammo GB. FE, che haurà il lato AB, LM. eguale alla data rettalinea AB, che è quanto si doueua fare per la 44. propositione del primo.

Constituire un paralellogrammo ad un dato rettilineo Irregolare.

Proposit. XX:

Sia il dato rettilineo ABCD il quale è bisogno conuertire in vn paralellogrammo, che sia eguale ad esso, e dopò ridotto il detto rettilineo in triangoli, mediãte la linea BD, che lo diuide in due triãgoli, cioè DAB, e DBC. cõstituiscasi per esempio prima il triangolo DAB. in pa-

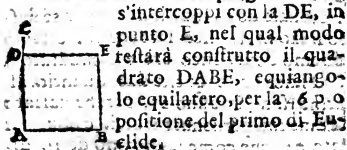
rallelogrammo FKHG, per l'antecedente aggiungasi al detto paralellogrammo

l'altro paralellogrãmo GHML, che resti eguale all'altro triãgolo DBC, in modo, che li due paralellogrammi si conuertano in vn solo come FKML, restarà risoluta l'operatione, come più ampiamente ne risulta, dalla 45. propositione del primo di Euclide.

Di una linea data descriuerne un quadrato equiangolo, ed equilatero.

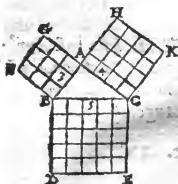
Proposit. XXI.

Opra della data AB. è bisogno descriuere vn quadrãto constituiscasi perciò A C. perpendicolare alla data AB, la quale habbi origine nel dato termine A, e tagliasi AD. eguale alla AB, e per il punto D. produchisi DE. paralella alla AB, e dall'altro termine B. eleuasi la perpendicolare BE. paralella alla AD, la quale s'in-

s'intercoppi con la DE, in punto E, nel qual modo restarà construtto il quadrato DABE, equiangolo equilatero, per la 6 propositione del primo di Euclide.

Il quadrato della sostẽdente, ò sia base d'gn' angolo retto resta vguale alli quadrati, che si constituiscono dalli lati, chè formano l'Angolo retto.

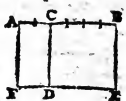
Proposit. XXII.

SIa dato il triangolo ABC, del quale l'Angolo BAC. sia retto, il quadrato BCE D, che viene constituito della quantità della base BC. necessariamente sarà eguale alli quadrati BAGF, ed ACKH, che anco sono stati eretti della quantità peruenuta appartatamente dalli due lati BA, ed AC. del detto triangolo. Exempli gratia supposto il lato BA. fusse formato di parti trè, nõ è dubbio che il suo quadrato AB FG. ne cõtenerebbe noue, similmẽte l'altro lato AC. fusse anco formato di parti

tro, quale dopò multiplicato per sè steſſo il ſuo multiplice ſarebbe 16. e tanto diremo douer anco eſſere il quadrato ACKH. hor vnite queſte due quantità alſieme ſummaranno 25. perche dal lato AC. ne ſon peruenute ſedici, e noue dal lato AB; che come habbiamo detto dicono 25. dal qual numero preſane la ſua radice, che ſarà cinque; tanto cōcluderemo douer contenere il lato BC, per il che anco multiplicato per ſe ſteſſo il ſuo multiplice ſarà 25. quantità, che contiene il quadrato BCED. peruenuto dal lato BC; ed il tutto viene verificato per la 47. del primo.

Vna linea retta, che sia tagliata in qualunque modo, la quantità di tutta la linea, e da una parte di essa il suo rettangolo sarà eguale al rettangolo, che si contiene dalle parti, ed al quadrato, che si fà dalla detta parte.

Proposit. XXIII.

Xempli gratia dato, che la linea retta AB, fusse diuisa à caso, nel punto C; dico che'l rettangolo ABC. è eguale al rettangolo ACB, insieme il quadrato, che si fà dalla BC. cioè supposto, che la parte AC. contengha due parti, e CB. quattro, la tutta AB. abbracciarà parti sei, e la tutta AB, che vale sei con la parte CB, che vale quattro, il suo rett'angolo è bisogno contenga parti 24. quantità, che dourà contenere tutto 'l rettangolo AB C. composto dalla tutta AB. di parti sei, e della parte CB. di parti quattro. In modo, che non restarà di prouar altro, solo che'l rettangolo, che verrà composto dalla parte AC. e dall'altra CB. insieme l'altro CB. e ch'ambi restino eguali al rettãgolo del-

la tutta AB, in la CB. com'è stato detto: Cioè AC. di parti due, e CB. di parti quattro, il suo rettangolo dirà parti otto similmente CB. di parti quattro; il suo quadrato dirà 16. ed ambi conteneranno parti 24. quantità eguale al primo rettangolo ABC. per il che concluderemo, che la quantità AB. con la quantità CB. il suo rettangolo sia eguale al rettãgolo di AC, e CB. cõ la giõta del rettangolo CB, per la terza propositione del secondo di Euclide.

Essendo secata per mezzo vna linea retta, alla quale vi si aggiunga qualche altra per dritto, il rettangolo contenuto da tutta la linea inclusa la giunta, e della metà della detta linea sarà eguale al quadrato della metà, e della giunta come da una linea sola.

Proposit. XXIV.

PEr esempio venghi secata la retta AB. in punto C, alla quale aggiungẽdosi BD. per dritto ambi intese come d'vna sola linea. Il quadrato, che verrà cõposto di tutta la quantità AD. in BD, e del quadra-

to

to della metà, cioè CB. necessariamente sarà eguale al rettangolo, che si constituirà della metà della detta linea, cioè di CB insieme con la giunta BD, come d'vna linea sola. Verbi gratia quando la linea AB. fusse composta di parti 4. la quale, per essere stata tagliata per metà in punto C, rimaneranno le due AC, e CB. composte ciascheduna di parti due inoltre venghisi anco supposta la giunta di BD. d'altre due parti, hor non è dubbio, che presa la quantità di AD. come vna sola linea dirà parti 6. Il quadrato della quale douendo esser composto con la quantità della giunta BD; che fù stabilita di parti 2. dirà 12. al qual rettangolo aggiuntoui anco il quadrato di CB, che per essere tal quantità cõstrutta di parti due dirà 4. e le due rettãgoli assieme diranno 16, similmente presala quantità di CD, che pur dicessimo essere di parti 4. Il suo quadrato conterrà anche parti 16. dunque restarà risoluta l'operatione secondo la propositio ne, per la 6. del secondo libro di Euclide.

A 2 C 2 B 2 D

Sia

Sia secata per mezzo una linea retta, e di quella ui si aggiunghi un'altra linea per dritto, i due quadrati, che si fanno da tutta la linea con la giunta e della giunta sono doppij del quadrato della metà, ed il quadrato, che si fà dall'altra metà assieme con la giunta considerata una sola linea.

Proposit. XXV.

VEnghi proposta la linea AB, che contenga parti 8. la quale sij secata per mezzo in punto C, non è dubbio, che le quantità di AC, e CB. ciascheduna conteneràparti 4, dindi la detta AB. sia prolongata verso D. per esempio due parti, e sia la quentità di *B*D. dice il testo, che il quadrato della tutta AD. presa appartatamente, che sarà cōposta di parti dieci, alla quale aggiuntoui anco l'altro quadrato di *B*D, che è stato supposto di due parti, ambi saran no doppij del quadrato della metà di *AB*, e dall'altta metà *CB*. alla quale aggiuntaui la quantità di *B*D. considerata come vna sola linea; Verbi gratia AD.

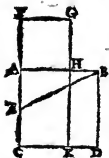
per

per essere composto di parti 10, il suo quadrato dirà 100, e la giunta *B.* di due parti il suo quadrato dirà anco quattro, ch'ambi summaranno 104; hor il lato *AC*, che si dice essere quattro il suo quadrato dirà 16. similmente il lato *CB*,

che vale anco quattro vnito con la giunta *BD*, che fù composta di 2. parti ambi diranno 6. il quadrato di tal quantità dirà 36. che fattane l'additione con il quadrato di *AC*, che si ritrouò di 16; ambi diranno 52 quantità eguale alla metà delli quadrati *AD*, e BD, che si ritrouaranno di valore di 104. parti, come manifestamente viene approuato, per la 10. propositione del secondo di Euclide.

Data una linea retta, e quella secarla talmente, che il rettangolo contenuto da tutta la linea, e di una delle parti resti aguale al quadrato dell'altra parte.

Proposit. XXVI.

Arà proposta la retta AB la quale bisogna secarla in tal modo, che il quadrato contenuto da tutta la linea. e da vna parte sia eguale al quadrato dell'altra parte, che perciò conseguire della quantità della data AB. constituiscasi il quadrato rettangolo ABCD, e sechisi AC. per mezzo nel punto E, al quale tendente verso B. produchisi EB, dindi prolongato il lato CA. in modo che la retta di EF. resti eguale alla retta EB, e della quãtità di AF. descriuasi il quadrato AFGH, al quale è bisogno abbassare il lato GH. tanto che tagli

CD. in punto K, nel qual modo restarà AB. secata in punto H. talmẽte ch'il quadrato, che si farà della quantità di AB, e di

di BH. rimanerà eguale al quadrato di AH. per essere tagliata AB. in punto H. nella media estrema portione, il che bisognaua fare come l'insegna, la 11. propositione del secondo di Euclide.

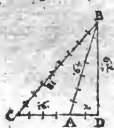
Il quadrato, che si constituirà dalla base, che sosterrà ogn'angolo ottuso sarà tanto maggiore delli due quadrati, che se fussero construtti dalli lati che comprendone l'Angolo ottuso, quanto il rettangolo contenuto due volte di quel lato, nel quale la perpendicolare cade sopra, e della quantità presa di fuori trà la detta perpendicolare, e l'Angolo ottuso.

Proposit. XXVII.

Er tanto proponendosi il triangolo ottusangolo ABC, del quale l'Angolo A. sia stato eretto ottuso, e dall'Angolo B. facēdosi cadere la perpēdicolare B D, che si intercoppi con la base AC. prolungata in punto D. Il quadrato, che fusse constituito della sostendente dell'Angolo marcato di lett. CB. può tantopiù in potenza delli quadrati, che si producessero delli

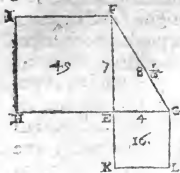
due

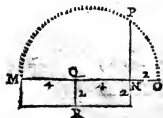
due lati AB, ed AC. quanto due volte li quadrati di AC. in AD. per la 12. propositione del secondo di Euclide.

E perche tal regola è molto necessaria nell'occorrenze doueremo trattare maggiormente il modo di peruenire alla debita cognitione, acciò auualendoci di tal operatione, non s'incontri alcuna difficultà, mentre in primo luogo sarà bisogno sapere quanto sia distante la perpendicolare BD, dall'Angolo ottuso A, nel qual caso il lato CB. verrà supposto di parti 9. il multiplice del suo quadrato sarà 81, ed il multiplice del lato BA. essendo anco construtto di parti 7. dirà 49. e quello di AC. cõposto di parti 4, il suo quadrato, ò sia multiplice ne conterrà 16. hor è bisogno vnire la quantità di AB, ed AC. assieme, ch'ambi risultaranno parti 65. le quali abbassate dalla quantità peruenuta del quadrato composto di CB, che fù di parti 81. rimaneranno per tanto parti 16, il qual residuo è di mestiero ripartire per il doppio del lato AC, nel quale cade la perpendicolare,

lare, che per essere stato composito di parti 4. il suo doppio dirà 8. le quali ponno misurare il detto nnmero 16. due volte, e tanto diremo douer essere la quantità di AD, ò sia la distanza, che fà la detta perpendicolare dall'angolo ottuso A, dindi ogni volta che si quadrarà detta quantità di AD, il suo prodotto sarà 4. il qual quadrato abbassato dal quadrato di A *B*, che fù ritrouato di parti 49, rimaneranno di residuo parti 45, la radice del qual numero è necessario, che sia parti $6\frac{3}{4}$ e tanto diremo douer essere la detta perpendicolare, per la 47. del primo di Euclide.

Mà passando più oltre concluderemo geometricamente, e per numeri, la quãtità d'ogni linea del detto triangolo, e peruenire poi alla cognitione di due quantità, che li loro quadrati rimangono in potenza eguali al lato sostendente dell'Angolo ottuso seguendo la propositione, si constituirà dunque in secondo luogo vn triangolo, il quale contenga vn Angolo retto come in questo secondo esempio si vede marcato per lett. E, che la sostendente dell'Angolo retto sia eguale alli due quadrati, che si fecero delli due lati A*C*. ed A*B*. del primo triangolo proposto nel primo esẽpio, cioè *A*B. di parti 7. ed AC. di parti

4. che

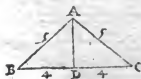
4.che per risoluere tal propositione ogni volta si faranno eguali i lati di questo secondo triangolo alli lati del primo, cioè il lato EF. eguale al lato AB. ed il lato EG. eguale similmente al lato AC, non è dubbio, che, per la 47. del primo, il lato GF, sarà eguale alli quadrati, che circondano l'Angolo retto E, e questi anco stati fatti eguali alli lati, che circondano l'Angolo ottuso A, ma quelli si ritrouaranno di parti 65. dunque il quadrato, che verrà construtto di FG. medesimamente conterrà parti 65. la radice del quale sarà $8\frac{1}{16}$ e tanto dire mo douer contenere il detto lato FG. per essere il suo quadrato eguale all'altri due quadrati EFHI, ed EGKL, al cui lato per le cause narrate mancarebbono parti 16 per giungere al supplimento del quadrato del lato BC, che si ritrouò di parti 81

Hor si dimostrarà in terzo luogo, che l'auuenimento del quadrato composto di CA.in CD. sarà dupplicato, e le due quantità ridotte in vn solo quadrato, e gionte insieme con il quadrato FG. ritrouato

trouato di parti $8\frac{1}{16}$ ambi due saranno eguali al quadrato del lato AC. del primo esempio di parti 81, la qual cosa bisogna conseguirla geometricamente ricorrendo perciò all'operatione, dell'vltima propositione del secondo di *Euclide*. Constituendo-nosi per tanto sopra la data retta MO. li quadrati MR, ed RN. ciascheduno eguale alle quantità di CA. in AD. del primo triangolo con la giunta di NO, che resti eguale ad AD. In modo che la tutta MO. sia fatta eguale alle trè quantità dette, cioè MQ. di parti 4. per essere eguale alla CA, ed altro tanto dourà essere QN, ed NO. di parti due per essere simile alla AD. dindi constituendosi sopra la tutta MO. il mezzo circolo MPO, e dal punto N. eleuandosi la perpendicolare NP, tanto che tagli il detto circolo in punto P, e la quantità di NP. essere il lato del quadrato ricercato, composto della quantità di parti 16: poiche è radice della quantità di MN. construtta di

8. parti in lunghezza, e due di larghezza, nel qual caso detta radice NP. è bisogno contenga parti 4.

Che per venire alla conclusione dell'operatione s'hà da constituire il triangolo STV, e che l'Angolo S. sia retto, ed il lato ST. eguale al lato di FG. di parti 8 $\frac{1}{16}$ e fatta eguale SV. alla PN. di parti 4. e giungendosi TV. dico tal quantità di TV. contenere parti 9. per essere eguale alla BC, in maniera, che'l triangolo STV. sarà in potenza maggiore del triangolo ABC. quanto il quadrato di CA. in AD. preso due volte poiche à quello ritrouassimo eguale il triangolo EFG, ed il triangolo STV. viene composto della quantita di FG, è di NP, dunque è bisogno sia maggiore come s'è detto.

Il Quadrato, che si fà del lato sottoposto al-l Angolo acuto è tanto minore delli quadrati fatti da i lati, che circondano detto Angolo acuto, quanto il rettangolo contenuto due volte dal lato, nel quale cade la perpendicolare, e della parte minore, ò iguale presa di dentro causata da detta perpendicolare.

Proposit. XXVIII.

Ropongasi per esempio il triangolo Isoscelle ABC, e l'Angolo B, acuto, e dall'Angolo A. sia prodotta la perpendicolare AD, la quale è bisogno, che tagli BC. in due parti, come per lett. BD, e DC, dico che il quadrato, che sarà composto del lato AC. conuiene essere tanto minore delli quadrati peruenuti dalli lati CB, e BA, quanto il rettangolo contenuto due volte del lato BC. in BD. per la 13. propositione del secondo.

Che per non lasciar alcun dubbio senza risoluerlo, passaremo alla dimostra-

tione Aridmettica, e diasi il triangolo Isoscelle BAC, il quale per lato AC. opposito all'Angolo acuto B. contengha parti 5. e li lati, che circondano detto Angolo acuto siano composti, cioè il lato AB. di parti 5, ed il lato BC. di parti 8, in modo che'l quadrato AB. sara 25. parti, ed il quadrato BC. parti 64, li quali congiunti insieme rileuano parti 89, dalli quali abbassato il quadrato di AC, che medesimamente verrà composto di parti 25. per essere il suo lato eguale al lato AB, per causa, che detto triangolo fù construtto Isoscelle, rimarranno di residuo parti 64, nel qual numero il quadrato composito di tutto il lato BC. di parti 8. in BD. necessariamente è bisogno tal quantità essere composta di parti 4. per causa che le perpendicolare, per essere il detto triangolo Isoscelle, diuide la sua sostendente giustamente per la metà, Il multiplice del quale dirà 32, Il quale nel 64. v'entra due volte, alla qual quantità aggiunto il quadrato di AC. di parti 25, ambi dicono 89. dunque è verò, che la quantità di AC. rimane minore due volte del quadrato di BC. in BD.

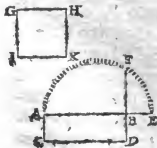
Hor per ritrouar quanto si discosti la perpendicolare AD. dall'Angolo B. opposto al lato AC, dopò abbassato il quadrato di AC. di parti 25. dalli quadrati

di

di AB, e BC, che furno ritrouati di parti 89, rimarranno pur di risiduo parti 64. Il qual numero ripartito per il doppio della base, ò sia lato BC, che fù constituito di parti 8. ed il duplice del quale dirà 16, non v'è dubbio, che in 64. v'entrarà 4. volte; e tanto diremo douersi discostare tal perpendicolare dall'Angolo acuto B, che è quanto si doueua dimostrare.

Constituire vn quadrato vguale ad altro rettilineo dato.

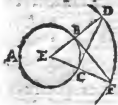
Proposit. XXIX.

PRopongasi il quadrato oblongo ABCD, il quale è di mestiero conuertirlo in vn quadrato perfetto constituendosi la retta AE. eguale alla quantità di AB, e BD. in modo che BE. resti eguale alla BD, e sopra la tutta AE. formandosi il mezzo cerchio AFE. e prolongādosi il lato BD. tanto che sechi detta circonferenza in punto F, dico la quantità di BF, del quale viene constituito il quadrato

GHIK, eſſere la quantità ricercata per eſsere detti due quadrati vguali in potenza per la 14. propoſitione del ſecondo.

Da vn dato punto fuori d'vn cerchio tirare vna linea retta, che lo tocchi.

Propoſit. XXX.

Onſtituiſcaſi ad libitũ il cerchio ABC, fuori del quale ſia dato il punto D, dal qual pũto è biſogno tirare vna linea, che tocchi il detto cerchio; nel quale il punto E ſeruirà di centro, congiungaſi per tanto E D, la quale tagliarà il cerchio in punto B, e dell'interuallo ED. deſcriuaſi la portione circolare DF, hor dal punto B. eleuaſi la perpendicolare BF, tanto che ſechi la portione circolare DF. in punto F, dindi dal punto F. al centro E. aggiungaſi EF, la quale tagliarà anco il cerchio AB C. in punto C, dal quale punto producaſi CD. dico, che dal punto D. s'è conſtituita la retta CD, che tocca detto cer-

chio

chio, per la 17. del terzo di Euclide,

Nel cerchio l'Angolo, che viene constituito dal centro, rimanerà doppio di quello, viene constituito nella circonferenza quando hanno la medesima circonferenza per base.

Proposit. XXXI.

Xempli gratia nel cerchio ABC, nel cui centro sia constituito l'Angolo BEC. e nella circõferenza B A C, li quali venghono sostenuti dalla medesima circonferenza BC, e serue di base commune alli detti due Angoli, non è dubbio, che l'Angolo BEC. restarà doppio dell'Angolo BAC. per la 20. propositione del terzo di Euclide.

Tutti gl'Angoli constituiti nella medesima portione del cerchio saranno frà loro vguali.

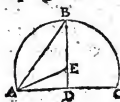
Proposit. XXXII.

Er esempio nel cerchio A BCD, e nella medema portione ABCD. siano constituiti gl'Angoli BAC, & B D C. necessariamente è bisogno quelli infrà di loro restino eguali per la 21. propositione del terzo.

Data vna portione di cerchio ritrouarsi in quella il centro, che la discriua intieramente.

Proposit. XXXIII.

Ia la data portione AB C. dalle due estremità AC. giungasi la retta AC, sopra la quale si eleuarà la perpendicolare D*B*, che la tagli in due parti eguali in punto D. dindi produchisi la AB, hor fattoci eguale

eguale l'Angolo B*A*E. all'*A*ngolo *A*BE, ed aggiungasi *A*E, la quale oue tagliarà la perpendicolare BD. in punto E, iui sarà il centro, dal quale si discriuerà detta portione data *A*BC, ed anco il cõplimento del cerchio, per la 25. propositione del terzo di Euclide.

Ogn' Angolo constituito in qualsiuoglia modo nel mezzo cerchio rimane retto, purche il diametro serui di base.

Proposit. XXXIV.

DAsi il mezzo cerchio *A*BC. e che *A*C. serua di diametro à quello, nella quale fatto vn punto in qualsiuoglia parte, e sia verbi gratia il punto B, dal quale aggiunganosi le due rette *A*B, e BC, ch'habbino origine dall'estremità del detto diametro, dico l'*A*ngolo ABC. necessariamente essere retto per la 31. del terzo di Euclide.

Nel

Nel cerchio constituita vna linea retta, che lo diuida per mezzo, e ad vna dell'estremità di quello dalla parte di fuori producasi vn altra, che tocchi il detto cerchio, e che stia con essa ad angoli retti, e fatto vn punto in qualsiuoglia modo in detta circonferenza, dal quale aggiunta vna retta tendente all'Angolo, che verrà cõstituito trà la linea, che tocca detto cerchio, e la retta tendente al punto sarà vguale all Angolo, che si cõstituisce trà l'altra estremità, ed il detto punto.

Proposit. XXXV.

VEnghi proposto il cerchio ABC, e la retta AC. che passi giustamente per il cẽtro E, e stia ad angoli retti con la DF, hor in detta circonferenza fatto vn punto in qualsiuoglia modo, e sia verbi gratia B, dal quale aggiungasi CB. ad vna dell'estremità delle dette linee AC, e BA nell'altra estremità, dico che l'Angolo, che viene constituito dalla DF, e CB. in punto C. sarà eguale all'Angolo constituito della

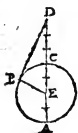
CA, ed AB. in punto A. cioè l'*A*ngolo B CF. simile all'Angolo. *CA*B, come viene accertato, dalla 32. propositione del terzo.

Da vn punto dato fuori di vn Cerchio produchinosi due linee: l'vna che sechi detto Cerchio in qualunque modo si sia, e l'altra lo tocchi, il triangolo contenuto da tutta la linea che seca, e dalla parte presa di fuori frà il punto, e la circonferenza è vguale al quadrato della linea, che tocca.

Proposit. XXXVI.

S'E fuori del cerchio *A*BC. si produrrà à caso il punto D, dal quale cada la retta D*A*, passãdo in questo esempio per il contro E, e la BD, che tocchi il detto cerchio partendosi similmente dal dato punto D. dico ehe il rettangolo, che si constituirà della tutta *AD*, e della parte C*D*. che resta fuori del cerchio rimarrà eguale al rettangolo, che si farà della retta B*D*, che tocca il cerchio; Verbi gratia suppósta la tutta A*D*. di parti 7. e 4. delle quali venghano comprese nel cerchio, non è dubbio, che il semidiametro AE, ed E*C*. ne conteneranno due di quelle parti per

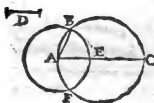
cia-

ciascheduna, e trè rimaneranno per la parte fuori del cerchio come lett. CD. hor, per la sesta del secondo, Il rettãgolo cõtenuto dalla AD, in DC, assieme il rettã golo di CE. sono eguali al rettãgolo di E D, cioè AD. che contiene 7. parti, e CD. 3. il moltiplice delli quali dirà 21, inoltre EC. che viene composto di due parti il suo rettangolo sarà anco di parti 4. che aggiunto con la quantità ritrouata di 21. summaranno parti 25.

Mà per la 47. del primo ED. è eguale alli rettangoli di BE, e di BD, e tutti due eguali alla quantità di ED, e similmente BE. eguale alla CE. per essere constituite dal centro alla circonferenza; dunque il rettangolo di AD. in CD. con il rettangolo di BE, che si ritrouaranno di parti 25. sono eguali alli quadrati di BE, e DB, dalla qual quantità abbassato il rettangolo di BE, che si ritrouò di parti 4. per essere commune à tutte due le quantità rimarranno parti 21, e tanto diremo douer cõtenere il quadrato, che fusse composto della quantità di BD, dal quale la radice di 21. sarà parti $4\frac{5}{9}$ che necessariamente conterà il detto lato di BD, per la 36. propositione del terzo di Euclide.

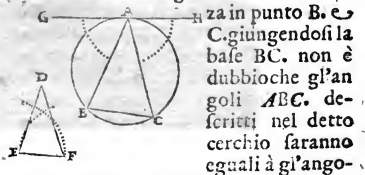
Per

Per adattare nel cerchio vna rettalinea vguale ad vn altra data, la quale non sia maggiore del diametro.

Proposit. XXXVII.

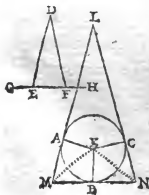
SArà di meſtiero in vn dato cerchio *ABC*. adattare la rettalinea *D*. non maggiore del diametro *A*C,nel qual caſo conſtituiſcaſi *A*E.eguale alla data retta *D*. e fatto centro in punto A, della quantità di AE.produchiſi il cerchio BEF,il quale s'interſecarà con il cerchio *A*BC. in punto *B*E.e giũgaſi AB.la quale per la definitione del cerchio ſarà eguale alla AE,ed anco alla data retta *D*. per eſſere ſtata fatta à quella eguale. Onde nel dato cerchio AB*C*.ſi è adattata la retta AB. eguale alla *D*.non maggiore del diametro, per la prima propoſitione del quarto di Euclide.

Per descriuere in vn dato cerchio vn triangolo equiangolo ad vn'altro triangolo dato.

Proposit. XXXVIII.

Sia proposto per esempio il dato cerchio ABC, nel qual è di bisogno descriuere vn triangolo equiangolo al dato triangolo DEF, al qual effetto tirandosi la retta GAH, che tocchi il cerchio in punto A, dal qual punto constituendosi gl'Angoli HAC, e GAB. eguali à gl'Angoli del dato triangolo, cioè DEF. eguale all'Angolo HAC, e l'Angolo DFE. eguale all'Angolo, GAB. prolongando i due lati AC, ed AB. tanto, che taglino la circonferenza in punto B. & C. giungendosi la base BC. non è dubbioche gl'angoli ABC. descritti nel detto cerchio saranno eguali à gl'angoli del triãgolo dato DEF. per la seconda propositione delquarto di Euclide.

Per

Per descriuere vn triangolo ad vn'altro triangolo dato simile d'intorno ad vn dato cerchio.

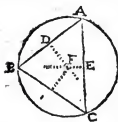
Proposit. XXXIX.

SIa verbi gratia il dato cerchio *ABC*, al quale il punto K. serui di centro, ed il dato triangolo DEF. prolongandosi la base EF. d'ambi le parti ne i punti H, e G; hor dal centro K. tirandosi in qualsiuoglia modo KB, e constituendosi l'*A*ngolo BK*A*. eguale all'angolo GED, e similmente l'angolo BKC, eguale all'angolo DFH, in modo che il circolo verrà terminato in trè pũti *A*BC, e giungendosi KA, kB, e kC, nelli quali dalli punti *A*BC. eleuandosi ad angoli retti le rette ML, MN, ed NL. e congiungendosi nelli punti L.M.N. non è dubbio che si ritrouarà cõstituito il triangolo LMN. equiangolo al triangolo DEF, il che s'era proposto di fare per la terza propositione del quarto libro di Euclide.

E quando nel dato

to triangolo bisognasse constituire vn cerchio, sarebbe di mestiero diuidere per il mezzo li due triangoli AMB, e BNC. per le linee M.K.e kN, e congiungendosi in punto k.iui sarà il centro, dal quale si constituirà il circolo ABC,come marcano le linee fatte di puntini,e restarà risoluta la propositione,per la quarta propositione del quarto.

Dato vn Triangolo attorno del quale è bisogno descriuere vn Cerchio.

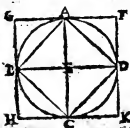
Proposit.XXXX.

Venghisi dato il triãgolo ABC. attorno del quale è di mestiero constituire vn cerchio, nel qual caso diuidasi per il mezzo il lato AB.in punto D,ed il lato AC. in punto E,ò vero BC, che poco importa l'vno,ò l'altro lato,e dallipunti **D. ed E.** eleuandosi sopra le due AC, ed AB. le perpendicolari DF, ed EF, le quali concorreranno in punto F, iui sarà il centro, dal quale si descriuerà il circo lo ABC.che toccarà l'estremità del detto triangolo nelli punti ABC, per la 5. propositione del quarto.

A
D
F
E
B
C

Per

Per descriuere vn quadrato in vn dato Cerchio.

Proposit. XLI.

NEl dato cerchio ABCD.è bisogno descriuere il quadrato ABCD, che perciò conseguirẽ tirinosi i due diametri AC. & BD.ad Angoli retti, ed aggiunganosi AB, BC.CD.e restarà risoluta l'operatione per la sesta propositione del quarto libro di Euclide. Similmente douendosi descriuere vn quadrato attorno del dato cerchio, dopò tirati i diametri AC.e BD. ad Angoli retti infra di loro dalli punti A,B,C,D, si eleuaranno le quattro perpendicolari, cioè GH,GF,FK,e kH.le quali s'incrocchiaranno assieme nelli punti FG. HK. passando giustamente per li termini AB CD.restarà anco l'operatione compita per la 7.propositione del quarto.

E quando parimente in vn dato quadrato fusse proposto descriuere vn cerchio produchinosi li due diametri AC, e BD. in modo che s'incroccino in punto E, e della quantità di vno delli semidia-

 metri.

metri. Verbi gratia AE. constituiscasi il cerchio ABCD. il quale necessariamente passara per le quattro estremità delli due diametri, ed hauerà compito, per la 8. propositione del quarto.

Per descriuere vn triangolo Isoscelle, che gl'Angoli della base rimanghino doppi del rimanente.

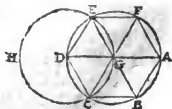
Proposit. XLII.

Sia data per modo di esempio la retta AB; la quale è bisogno secarla in punto C, che'l quadrato si constituirà della tutta AB in BC. rimanghi eguale al quadrato della parte maggiore AC. la qual cosa potremo conseguire, per la vndecima del secondo. Hor fatto centro in punto A, e dell'interuallo AB. descriuasi il cerchio BDE, nel quale s'adatti la retta BD. eguale alla AC. e gionta la DA. rimanerà per tanto constituito il triangolo ADB li due Angoli del quale sopra la base, cioè ABD, ed ADB. saranno doppij all'Angolo BAC. che è quanto si doueua fare per la decima del quarto di Euclide. Onde auuenerà, che dal medemo triangolo ADB. si potrà construire vna figura regolare di cinque Angoli; mentre ritro-

ritrouato il centro H. del detto triangolo, attorno del quale si cõstituirà altro circolo AG. BDF, che passi per i termini ABD, nella qual circonferenza la base BD. del detto triangolo circonscriuerà cinque volte, come lett. B, D, F, A, G, e gionteui da vn termine all'altro le rette BG. GA, AF, ed FD. restarà terminata la figura pentagona equilatera, ed equiangola per la vndecima propositione del quarto.

Per descriuere vn Essagono equilatero, ed equiangolo in vn dato cerchio.

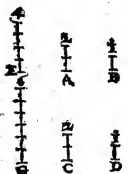
Proposit. XLIII.

Diasi vn cerchio, che la retta AD serui di diametro, nella quale il punto G. sia il centro del dato cerchio, dindi dall'interuallo di GD. fatto centro in punto D. descriuasi vn'altro cerchio EGCH, il quale s'intrecci con il primo cerchio in punto C, ed E, dalli quali punti produchisi EG, e CG. in modo prolongati, che taglino il dato cerchio in punto EB, hor dal termine D, giungasi CD, ED, e similmente

dalli rimanẽti termini B,*A*,F,le rette EF, FA, AB,e BC. non è dubbio,che si sarà cõstituito vn essagono equilatero equiangolo.per la 15.propositione del quarto.

Dandosi quattro grandezze proportionali, le quali permutandosi l'vna all'altra saranno frà di loro proportionali.

Proposit. XLIV.

EXempli gratia siano le quattro grandezze date A,B,C,D,e che C, D rimangha con la medesima proportione della AB.non è dubbio che permutandosi l'vna, e l'altra sono anco proportionali, cioè che come è l'*A*. alla C,così sarà la *B*. alla D. Inoltre proponganosi due altre grandezze EF.in modo che restino egualmẽte moltiplici delle AB,cioè la E.di due volte della *A*,e la F.di due volte della B, similmente aggiungendosi altre due GH che restino anco egualmente moltiplici dalle due C*D*,cioè che la G. venghi misurata dalla C.trè volte,e la H. trè volte dalla

dalla D. In modo che essendo la E egualmente moltiplice della A, e la B della F. ed essendo composte di parti eguali rimaneranno tutte con la medesima proportione data ogn'vna alla sua, è come la A. alla B. cossì la E, alla F. cioè A restarà duplicata alla B. così sarà anche E alla F. ed essendo similmente la G. sesquialtera alla C. sarà anche di mestiero che la H. sia sesquialtera alla D. hauendo frà di loro comparatione è bisogno rimanghino con la medesima proportione, in modo che conforme la C. è alla D. così deue essere la G. alla H. ne risulta perciò che se quattro grandezze siano proportionali, e la prima sia maggiore della terza sarà anco la seconda maggiore della quarta, e s'è eguale sarà eguale, e sè minore, minore in maniera che auãzãdo la E alla G. similmẽte la F. auanzarà la H, e s'è eguale eguale, ò minore, minore. Onde com'è la A. alla C. così la B. alla D. perilche quattro grandezze in loro proportionali necessariamente permutandosi l'vna nell'altra rimaneranno ancora proportionali, per la 16. del 5. di Euclide.

Ogni triangolo, paralellogrammo, che soggiaccia sotto medesime altezze rimaneranno con eguale proportione c'hà la base alla base.

Proposit. XLV.

PEr esempio i triangoli ABC, ACD. e paralellogrammi EC. CF. sottoposti all'altezza della perpendicolare AC. è bisogno rimanghino in proportione trà di loro secondo la proportione ch'haurà la base BC. alla base CD. Verbi gratia il paralellogrammo CF. Il quale hauesse la base duplicata alla base BC. dell'altro paralellogrammo EC. non è dubbio ch'anco il paralellogrammo CF. restarebbe doppio al paralellogrammo EC. e che ciò sij vero supposto BC. di due parti, ed il lato CA, che resti commune alli due paralellogrammi di parti 8. il suo moltiplice sarebbe 16. ma la base CD, che si dice essere doppia alla BC. è bisogno sia composta di parti quattro, la quale moltiplicata con il lato commune di AC. di parti otto dirà 32. in maniera che il quadrato CF. restarebbe doppio al quadrato CE, che ritrouassimo

simo di parti 16. auertendo che quello s'è detto nelli paralellogrammi si deue intendere ne i triangoli per la prima del sesto di Euclide.

Ogn'angolo d'ogni triangolo sia secato, per mezzo d'una linea, la quale sechi ancora la base sostendente al detto Angolo il secamento causato dalla linea, che diuide l'angolo per il mezzo, e casca sopra la detta base contenera in se la medesima proportione, che contengono gl'altri due rimanenti lati del triangolo proposto.

Proposit. XLVI.

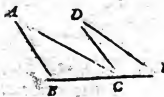
Exempli gratia l'*A*ngolo B*AC*. del triangolo ABC. viene diuiso giustamente per metà dalla linea *A*D. la quale tagli anco la base BC. in punto D. in parti disuguali, ò vero eguali, che saranno proposte in questo esempio disuguali, dico che deuono hauere la medesima proportione le due parti BD, e DC. della base BC, che contengono i due lati BA, ed *A*C. del triangolo B*A*C. cioè supposto BD. di parti 9. e DC. di parti 15. diremo essere in proportione come da noue à quindi-

ci: hor l'istessa proportione dobbiamo intendere del lato BA. con il lato AC, diuidendosi per tãto il lato AB. in noue parti, non è dubbio che'l rimanente lato AC. conterà 15. di quelle medesime particelle contenute nel lato BA. che è quanto si doueua risoluere, per la terza propositione del sesto.

Ogni triangolo equiangolo, c'ha i lati aggiustati attorno eguali angoli sono proportionali frà di loro.

Proposit. XLVII.

Supponganosi per esempio i due triangoli AbC. e DCE. à i quali gl'Angoli ABC, e DCE siano eguali, e l'Angolo CAB. eguale all'angolo EDC. similmente l'Angolo BAC. all'Angolo CDE. non è dubbio, che li detti due triangoli ABC, e DCE. siano proportionali frà di loro; ed essendo proportionali sarà anche di mestiero, che i lati delli detti triangoli attorno, dell'eguali Angoli rimau-

rimangono homologhi, e di medesima ragione l'vno all'altro, per la quarta del sesto.

Dati due triangoli, ch'abbino vn angolo eguale ad vn angolo li rimanenti angoli che attorno i loro lati restino proportionali l'vno all'altro, ò minore ò maggiore dell'angolo retto saranno detti triangoli equiangoli, ed hauranno simili quelli angoli quali soggiaccino i lati proportionali.

Proposit. XLVIII.

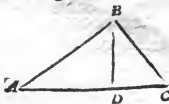
GL'Angoli BAC. ed EDF. delli due triangoli *A*BC, è DEF. frà di loro rimangono eguali, e li lati, che cingono i rimanenti Angoli ABC, e *D*EF. siano proportionali in modo che la *DE.* sia alla EF. come il lato AB. al lato BC, e li due rimanenti *C*, ed F, ancorche minori, ò maggiori del retto dico il triangolo *A*BC. essere equiangolo al triangolo DEF, e gl'Angoli ABC, BAC, ed ACB. eguali all'Angoli *D*EF, EDF, e DFE, per la 7. del sesto.

Se sopra la base, ò sia sostendente dell'angolo retto, dal quale caschi la perpendicolare e tagli la detta base in qualunque modo sia sia, l Angoli, che stanno d'intorno alla detta perpendicolare, siano simili à tutto il triangolo.

Proposit. XLIX.

PEr esempio pongasi il triangolo A*B*C. che l'Angolo B. sia stato construito retto, dal quale facendosi cadere la perpendicolare B*D*, che tagli la base B*C*. in punto D. in qualunque modo si sia, dico che l'Angolo *D*b*C*. debbia essere eguale all'Angolo DAB, e l'*A*ngolo BD*C*. eguale all'Angolo BDA, e l'Angolo *C*. commune, ed essendo l'Angolo AB*C*. stato construtto retto, non è dubbio veruno, che l'*A*ngolo BD*C*. per essere eguale al detto *A*ngolo *A*B*C*. anche sij retto, e li rimanenti alli rimanenti *A*ngoli, dunque il triãgolo *A*BC sarà equiangolo al triangolo B*D*C. che è quanto si doueua risoluere, per la 8. del sesto di Euclide.

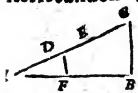
B

A D C

Come

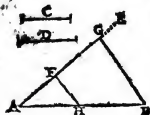
Come si possi tagliare vna data rettalinea da vna parte proposta.

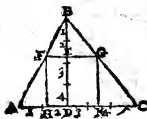
Proposit. L.

SVpponganſi la data rettalinea AB. ſia biſogno abbaſſare vna parte propoſta, ch'in queſto eſempio ſarà la terza parte, giungaſi poi dal punto A. l'*A*ngolo B*A*C. in qualunque modo ſi ſia, e nella retta AC. conſtituiſcaſi vn punto *D.* ad libitum, e facciaſi DE, ed EC. eguale alla parte *AD.* e ſimilmente dal punto B. al punto C. produchiſi la retta BC, alla quale fatta paralella la DF. interſecandoſi con la data retta *A*B. in punto F. neceſſariamente *A*F. ſarà la terza parte della detta AB. per la nona del ſto di Euclide.

per

Per secare una data rettalinea secondo una data proportione.

Proposit. LI.

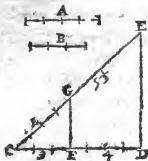
DAndosi per esempio la linea retta *A*B, la quale sarà di bisogno diuiderla in modo, che le sue parti rimanghino proportionate secõdo le due quantità date di CD.Inchinãdosi per tanto dal punto *A*. la retta *A*E, che formi vn *A*ngolo in qualsiuoglia modo;e sopra la retta *A*E.constituendosi la *A*F.eguale alla quantità data di C. e la FG.similmente eguale alla D: inoltre dal punto G.al punto B. giungendosi GB,e dà questa facendosi cadere parallellamente FH. però ch'habbi origine dal termine F,la quale tagliarà *A*B. in punto H.in maniera che le parti *A*H.alle parti HB. rimaneranno in loro proportione come la data quantità di C.con la data quantità di D,e restarà risoluta la propositione, secondo il Commandino alla propositione decima del sesto di Euclide.

Auuic-

Auuiene perciò che conosciuta la proportione della base di qualsiuoglia triãgolo rettilineo con la perpendicolare, che dall'Angolo sostenuto da quella cascasse sopra detta base: potendosi nel dato triangolo descriuere vn quadrato equiangolo equilatero. Exempli gratia nel triangolo ABC. bisognasse descriuere il quadrato FGHK, in primo luogo è necessario sapere la proportione, che è trà la perpendicolare BD. con la base AC. le quali siano state constituite in questo esemptio da 4. à 5. cioè la base AC. di cinque parti, e la perpendicolare BD. di quattro, hor per l'antecedente tagliandosi BD. in punto E, in modo che la parte BE. in la parte ED. rimanghi in proportione come la base AC. in la perdendicolare BD. per lo che contenendo la parte DE. cinque, quattro di quelle restino per termine della BE, dindi dal punto E. produchisi la retta FG. paralella alla base AC. In maniera che tagli i lati AB, e BC. in punto FG, dalle quali facendonosi cadere perpendicolarmente sopra la base AC. le due FH, e GK. non è dubbio alcuno, che per tal operatione verrà

con-

constituito il quadrato FHkG. equiangolo,ed equilatero, che è quanto si doueua fare,secondo il commandino.

Date due quantità ritrouare la terza proportionale.

Proposit. LII.

Siano le due quantità date A, & B. dalle quali è di bisogno ritrouare la terza quantità, ch'à quelle rimanga proportionale, constituendoci perciò l'Angolo DCE.in qualsiuoglia modo sopra i lati, del quale faccisi *CF*.eguale alla data quantità di B.e la CG,eguale alla A,ed à questa similmente eguale la FD. dindi giongasi FG,alla quale produchisi parallellamente la DE, che tagli il lato CE, in punto E, senza verun dubbio la quantità di GE,sarà la terza proportionale, per la 11. del sesto di Euclide, Hor per maggior dichiaratione è di mestiero ritrouare detta terza quantità per numeri ricorrendo alla regola di proportione,e supposta la quantità A di 4. parti,

ti, e la B, di trè, diremo se trè quantità, di B. mi dona quattro, quantità di A, che donarà quattro sua simili, il che fatto, l'operatione come si vede nell'immargine risultarà per la terza quantità di GE. parti $5\frac{1}{3}$ In maniera quando che la CF. sia diuisa in trè parti, la CG. ne contenerà quattro sarebbe necessario che la GE. restasse composta di quelle medesime parti della quantità di $5\frac{1}{3}$ che è quanto si doueua dimostrare.

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 4 \\ & 4 & \\ \hline 3 & 16 & 5\frac{1}{3} \\ & 1 & \end{array}$$

Siano proposte trè quantità ritrouare la quarta proportionale.

Proposit. LIII.

Siano le trè quantità date ABC. ed è di mestiero ritrouare la quarta à loro proportionale, constituiscasi perciò vn Angolo ad libitum EDF, e faccisi DG. eguale alla quantità A, e la GF. eguale alla B. e la DH. similmente eguale alla C, e del punto G, ed H. giungasi la GH. e dal pũto F. produchisi la EF, che sia paralella alla

alla GH. dalla qual operatione auuenirà, che la quãtità di EH. sarà la quarta proportionale ricercata, per la 12. del sesto di Euc.ide.

Nel qual caso douendosi ritrouare la quantità di EH. per i numeri ponendosi in primo capo la quãtità di A. di parti 3. appresso della quale la quantità di B. di parti 4. dindi quella di C. anco di parti 6. il tutto disposto come in immargine; con vna regola di proportione detta del trè ne risultaranno parti 8. per la detta quantità di EH, e così sarà adempita la propositione.

3 4 6
6
3 | 24 | 8

Per ritrouare la proportionale di mezzo di due linee date.

Proposit. LIV.

SAranno le due date linee AB, e BC, le quali s'aggiustaranno per diritto l'vna all'altra. In maniera ch'ambe faccino vna sola

ſola linea AC. ſeruendo di diametro al ſemicircolo ADC, e dal punto B, eleuandoſi la perpendicolare BD. tanto che tagli il detto mezzo circolo in punto *D*. neceſſariamente la detta retta BD. partoriſce la proportionale di mezzo; il che biſogna fare, per la 13. propoſitione del ſeſto di Euclide.

I triangoli eguali, e'hanno anco vn angolo eguale ad vn angolo, e li lati d'intorno à gl angoli corriſpondono frà loro, hauendo l Angolo oppoſto l'vno all'altro, e permutandoſi gl'vni lati del triangolo con l'altro triangolo rimaneranno i detti lati con la medeſima proportione l'uno alla medeſima proportione dell'altro.

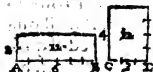
Propoſit. LV.

PEr eſempio dianoſi i due triangoli ABC, ed EBD. eguale in potenza, ò altri purche ſiano equiangoli, li quali corriſpondano l'vno all'altro nel punto B. in modo che permutandoſi il lato AB. con il lato B*D*. ed il lato *C*B. con il lato BE. dell'altro triangolo, e l'*A*ngolo ABC. eguale all'Angolo EB*D*, ed aggiuſtati in

maniera tale, che la tutta A*D*, e CE. corrispondino ogn'vna alla sua come d'vna sola linea se dice la proportione che è tra AB, e *BD*. essere similmente trà CB, e BE, verbi gratia la BD. misurarà vna volta, e mezza la quantità di AB, così BE. fà di bisogno misuri vna volta, e mezza la quantità di B*C*. secondo la 15. propositione del sesto di Euclide.

Date quattro linee rette proportionali, e dalle due estreme si constituischi vn rettangolo, e similmente altro rettangolo delle due di mezzo saranno detti rettangoli vguali infrà loro.

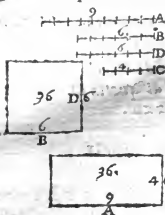
Proposit. LVI.

SIano le quattro linee date proportionali *A*B, CD, E, ed F. e sia la *A*B. alla CD. come la E, alla F. Il rettangolo, che fusse constituito della quantità di AB. nella quantità della F fà di mestiero rimãghi eguale al rettangolo, ch'anco si fusse construtto della quantità di mezzo, cioè CD. in la quantità di E. verbi gratia la *A*B. contenesse

teneſſe parti ſei, e la F. parti due, il quadrato direbbe 12, e ſimilmente la CD. di parti trè, e la E, parti 4, il ſuo quadrato anco dirà 12, dunque è vero, che frà loro ſono equali, per la 16. propoſitione del ſeſto.

Dandoſi trè linee rette proportionali, il quadrato contenuto dalle due estreme reſtarà eguale al quadrato, che fuſſe conſtrutto di quella di mezzo.

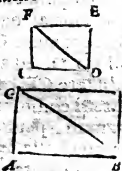
Propoſit. LVII.

PEr eſempio ſiano le trè linee date ABC: le quali ſi riſguardino proportionalmente l'vna all'altra, cioè come la A. alla B, coſi la B. alla C. non vi ſarà difficultà alcuna, che il quadrato della A. in la C. ſarà eguale al quadrato della *B.* poſto di mezzo della *A*, e della C. pongaſi per tãto la D, eguale alla B. e perche come la A. alla B. coſi è la B. alla C. ed eſſendo la *D.* fatta eguale alla B. ſarà anche la D. alla C, come la *B.* ſi ritrouò con la C. verbi gratia la quantità della A. contie-

ne parti 9. e la B. ne contiene 6. restaranno frà di loro in proportione sesquialtera, similmente contenendone la B. 6. e la C. quattro, anco frà loro si ritrouano con la medesima proportione; hor il quadrato di A. in C. dirà parti 36. ed il quadrato della B. in D. per essere eguali, e composti ciascheduno di parti 6. pur dirà 36. dunque è certo, che il quadrato della quantità di mezzo restarà eguale al quadrato construtto dalle due quantità assieme, e resta risoluta la propositiosie, per la 17. propositione del sesto di Euclide.

Sopra vna data rettalinea descriuere vn rettilineo similmente riguardeuole ad vn rettilineo dato.

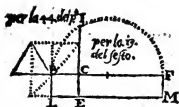
Proposit. LVIII.

EXempli gratia sia la data rettalinea AB, ed il dato rettilineo CE. dal quale fà bisogno descriuere altro simile, ed à quello seruẽdo di base la retta AB, che perciò fare

re s'hà da giongere la *D*F. e nell'estremità della *A*B. constituitosi l'Angolo G AB. eguale all'Angolo *C*, e l'Angolo *A* BC. similmente eguale all'Angolo C*D* F, il rimanente Angolo *A*GB. e forza sij eguale al rimanēte CF*D*. ed il triangolo equiangolo al triangolo; Inoltre sopra il lato BG, e dall'estremità de quali si faccia l'Angolo BGH. eguale all'Angolo *D*FE, e l'Angolo GBH. eguale all'Angolo F*D*E, restarà perciò anche eguale l'*A*ngolo H. all'Angolo E. perilche ne risultarà, ch'il triangolo GBH. necessariamente resti equiangolo al triangolo F*D*E, che per esser constituiti gl'*A*ngoli eguali ne risultarà, che i lati di ciascheduno triãgolo risguardeuole l'vno all'altro si ritrouino proportionali, ed à tal fine il rettilineo *A* sarà simile, e risguardeuole al rettilineo CE, il che faceua di mestiero farsi per la 18. propositione del sesto. Lo che tutto gioua al nouo soldato, acciò sappi seruirsene nell'occasione per togliere vna pianta di qualsiuoglia sorte si sia.

Per constituire vn rettilineo simile ad vn dato rettilineo, che rimanghi eguale ad vn'altro dato.

Proposit. LIX.

Bisogna dunque constituire il rettilineo GkH, ch'in potenza resti eguale al rettilineo D. & che sia simile al dato rettilineo ABC, constituiscasi perciò il paralellogrammo BCLE, che sia eguale al dato ABC: dindi altro paralellogrammo CF EM. anco eguale al rettilineo D. ed aggiustandosi in modo ch'il lato CE. del paralellogrammo BCLE. resti commune alli detti due paralellogrammi, per l'operatione del quale si ricorrerà alla 44. propositione del primo, e conseguita tal construttione dalle due quantità di BC, e CF. ritrouarassi la proportionale di mezzo, per la 13. del sesto, e sia in questo esempio CI, alla quale sarà fatta eguale la GH. alle cui estremita si faranno l'angoli HGK, ed KHG, simili, ed eguali all'Angoli ABC. ed ACB, nel qual caso l'angolo A. rimanerà eguale al-l'angolo K, ed il triangolo al triango-

lo:

lo ; In modo che'l rettilineo G K H. sarà fatto eguale al rettilineo D. simile, ed equiangolo al rettilineo ABC. che è quanto si doueua risoluere secondo la propositione, per la 25. del sesto.

Hauendo proceduto alle dispositioni, che si ritrouaranno nel retroscritto trattato, passaremo alla cognitione del perfetto modo, che nel presente affare occorrerà con la dimostratiua geometricaméte delle quattro regole principali dell'Aridmetrica, che perciò eseguire si dice in primo luogo.

Google

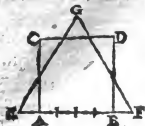
Come si debbia ridurre vna figura data in altra figura di differente natura.

Proposit. LX.

HAuuta la cognitione, che cosa sia punto, linea, angoli, superficie, corpo, si disponerà per prima base conuertire vna superficie in altra di differente essere, che per esempio diasi il triangolo equilatero A BC. il quale è bisogno ridurlo in vn quadrato perfetto di quantità eguale al detto triangolo, che per conseguire ciò dopò tirata la perpendicolare AD. la quale taglierà la base CB. in due parti eguali, e sia vna delle dette parti DB. hor dalla sommità del detto triangolo cioè dal punto A. cōstituiscasi la retta AE, che resti paralella alla base CB, e da vno dell'estremi della base eleuasi altra perpendicolare, e sia verbi gratia BE. la quale s'andarà ad intrecciare con la AE. in punto

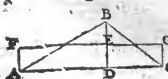
punto *E*, nel qual modo, per la 42. del primo, restarà conuertito il detto triangolo in vn parallelogrammo AD*B*E. in potenza eguale alla quantità del detto triangolo.

Mà la propositione dice douerlo constituire in vn quadrato perfetto, nel qual caso è bisogno ricorrere nell'vltima propositione del secondo libro di *Euclide*, oue è di bisogno della lunghezza, e larghezza del detto paralellogrammo ridurlo in vna sola linea. *Exempli gratia*, sia tal quantità in questo secondo essempio FH, cioè FG. la quantità di AD, ò vero sua simile BE. del detto paralellogrammo, e la GH. similmente la quantità di AE. ò vero sua simile BD, hor della quantità di tutta la detta linea FH, la quale serue di diametro al mezzo circolo FIH, dico ch'ogni volta, che dal punto G. si eleuarà la perpendicolare GI. tãto che sechi detta circonferenza in punto I. la quantità di GI. necessariamente dourà esser quella parte ricercata, della quale per la 46. del primo si formarà il quadrato KLMN. in ogni modo eguale in potenza al detto paralellogrammo *AD*B*E*. e per conseguenza anco eguale al detto triangolo ACB, e restarà risoluta la propositione. E s'in altro modo bisognasse vn quadrato ridurlo in triangolo

golo, in tal caso è necessario diuidere vna delle base del quadrato in quattro parti eguali, come si vede nel sottoscritto esempio del quadrato ABCD, e prolongando detta base se ad ambi le parti del la quantità di vna di quelle parti come let. EA, e BF, dindi della quantità di EF. constituiscasi il triangolo EFG. per la prima del primo di Euclide, sarà anche risoluta detta propositione.

Qualsiuoglia triangolo ridurlo in paralellogrammo.

Proposit. LXI.

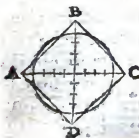
Exempli gratia sia dato il triangolo scaleno ABC. il quale è bisogno ridurlo in paralellogrammo, per il qual caso si farà cadere da vno de suoi angoli vna perpendicolare, e sia quella B*D*. la quale diuidendola per metà in punto *E*, e dal detto termine si constituirà la retta FG. paralella alla *A*C. e dalli punti *A*, e *C*. si eleuaranno le due perpendicolari AF, e CG. tanto che tagliano la detta FG. in punto

punto F, e G. restarà risoluta la propositione, ed il parallelogrammo ACFG. in potenza eguale al detto triangolo, per la 42. del primo. E douendosi il detto parallelogtammo conuertire in quadrato perfetto, dopò del la sua lunghezza, e larghezza fattane vna sola linea, la quale seruendo di diametro ad vn mezzo circolo, e doue si fanno la congiuntione le dette due quantità eleuandosi vna perpendicolare tanto, che sechi la detta circonferenza non è dubbio, che tal quantità sarà il lato del quadrato ricercato come s'è detto di sopra, per l'ultima propositione del secondo.

Per conuertire vn quadrato in vn circolo, che sia in potenza uguale al detto quadrato.

Proposit. LXII.

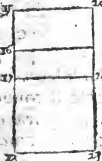
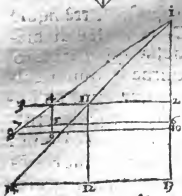
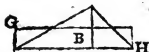
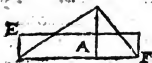
Questa propositione non è di poco rilieuo nel presẽtẽ discorso, stante che sin al presente anco non si è ritrouato il modo dimostratiuo di tal propositione; ma ben alla cognitione per approssimatione

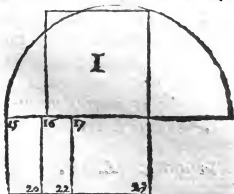
matione lasciatosi nelli documenti d'*Archimede*, dalla quale ciascheduno à quella potrà complire la sua curiosità; nientedimeno per sodisfare à ciò che si propone ci seruiremo di vna regola, che non hà alcuna dimostratione, però molto vicina alla verità.

Exempli gratia sia dato il quadrato *ABCD*, il quale è bisogno ridurre in vn circolo, che resti in potenza eguale al detto quadrato, al qual effetto tirinosi i diametri AC, e BD. nel detto quadrato, vno de quali si diuiderà in 10. parti, ed otto di quelle seruendo di diametro; sopra al quale constituendosi attorno vn circolo come si vede disegnato, concluderemo quello essere eguale al detto quadrato, ed al rouerso d'vn circolo constituire vn quadrato dopò hauer compartito il diametro in otto parti, e d'ambi l'estremità augumentare vna, ch'in tutto diranno dieci, come per lett. AC. dalli cui termini constituito vn quadrato, cioè che tutta la quantità di AG. serui di diametro al detto quadrato cō cluderemo anche quello esser eguale al detto circolo proposto per approssimatione, che quando fusse reale tal operatione

tione indubitatissimamente sarebbe ritrouata la quadratura del circolo, cosa che al presente non se n'hà certezza alcuna, come habbiamo detto.

Per far l'additione di più figure insieme.

Proposit. LXIII.

Siano proposte le trè figure A, B, C, le quali è di mestiero della quantità loro constituirne geometricalmente vn quadrato, ch'in potenza resta eguale à tutte le dette trè figure, nel qual caso in primo luogo è necessario delli due triangoli *A*, e B. constituirne i paralellogrammi *EF*, e GH. in modo che ciascheduno resta eguale al suo triangolo secondo il metodo dato, contenuto nella 42. propositione del primo di Euclide: in secondo luogo per l'antecedente si conuertirà la figura circolare C. in figura quadrata; ciò conseguito disponeremo le due rette 1. 13, e 2, 3. ad libitum; e che in se formino l'angolo retto 1, 2, 3, e facendosi in questo esempio 1. 2. quanto

la quantità d'vno de lati del quadrato C. e, in oltre con tal quantità s'han da formar le sue paralelle 15, 18. e 20. 23. ed il tutto come si vede notato nell'immargine. In terzo luogo sopra la retta 2,3. si riportarà separatamente la quantità delle trè figure proposte verbi gratia il paralellogrammo 4. 10. faccisi eguale al paralellogrammo EF. e dal punto i. al punto 4. estremità di vno dell'Angoli del detto paralellogrammo produchisi la retta 1.8.la quale s'intercoppi con la base 9. 10. prolongata fino al punto 8.e con il compasso presa poi la quantità

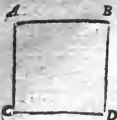
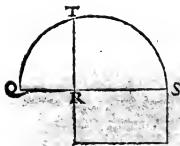
cità di 8.9.quella riportaremo nelle due paralelle,e con tal quantità si disponerà

il rettangolo 15.e 20.similmente sopra la detta 2.3. constituiremo il rettangolo 4.e 6.eguale al paralellogrammo GH. e dall'estremità del numero 4. pur passarà la retta 1.7.tagliando la base prolonga-ta 5.6.in punto 7. che preso con il compasso l'interuallo di 7.5.quello riportato nelle due paralelle come marca il rettangolo 16.e 22. In quarto luogo nella retta 2.3. si construirà il quadrato C. 11. 13.facendosi similmente passare nell'Angolo 11.la retta 1.14.e prolongata la base 12.13.s'intersecaranno ambi in punto 14.hor presa la quantità di 12.14.e si formarà il quadrato 17. e 23. In maniera che hauremo formato il paralellogrammo 15. e 23. nel quale verranno abbracciate tutte le trè quantità date delle figure *A*,*B*,C.

In

In quinto luogo per l'vltima del secondo libro di Euclide constituiscasi il quadrato I.eguale in potenza al paralellogrammo 15.23. restarà perciò risoluta la propositione.

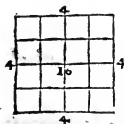
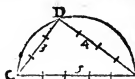
Modo per sottrahere geometricamente l'una dall'altra figura.

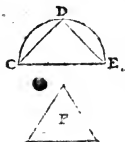
Proposit. LXIV.

SVppongasi douersi abbassare dal quadrato ABCD.il quadrato EFGH:nel qual caso è necessario aggiustare il rettangolo più piccolo EH.sotto il rettangolo AD. In modo che la base CD. del detto rettangolo resti commune alli due quadrati,come dinota il quadrato IDL K,e dal punto B.passando per il punto I. produchisi BM. la quale prolongandosi la base Lk. s'intercoppi con la BM.in punto M. si dice la quantità di MK. esser la parte, la quale fù bisogno sottrahere dal detto quadrato ABCD.nel qual effetto riportandosi tal quantità di MK. nel lato AB. ò vero CD. come per lett. BN.

BN,ò vero OD, e giungendosi NO, la quale restarà paralella alli due lati AC.e e BD,In maniera , che il paralellogrammo ANCO. sia il

rimanēte del quadrato ABCD,del quale fù abbassato il quadrato EF GH,al quale gli è anco fatto eguale il paralellogrāmo NBDO. hor quando fusse necessario rinouar il paralellogrammo òsia detto resi duo ACON. in altro quadrato perfetto , dopò fatto QR, eguale alla CO, ò vero alla AN.sua eguale,e la R.S. alla AC.ò à sua eguale BD. in modo che la tutta QS. resti eguale alla lunghezza,e larghezza del detto paralellogrammo ANCO,e constituito sopra di essa il mezzo cerchio QTS, ed alzando dal punto R, la perpendicolare RT, tan-

to che ſeca la detta circonferenza in punto T. non è dubbio che la RT. ſarà la quantità del quadrato P. eguale al detto parallellogrammo ANCO, per l'vltima del ſesto, e reſtarà riſoluta la propoſitione.

Ancor per altra via ſi potrà conſeguire tal conſtruttione; Exempli gratia ſia dato il quadrato *A*, del quale è neceſſario ſottrahere il quadrato B. e conſtituendoſi perciò il mezzo circolo CDE, il diametro del quale ſia eguale ad vno de lati del quadrato A. come per lett. CE. dindi riportandoſi anco la quantità di vno de lati del quadrato B, che fattoſi poi centro ad vna dell'eſtremità del detto diametro CE, in modo che tagli detta circonferenza, come dinota CD. e giungẽdoſi *D*E, non ſarà dubbio veruno, che la detta quãtità di *D*E, ſarà il reſiduo del propoſto rettangolo A, come dimoſtraremo per la 47. del primo di Euclide, eſempio l'Angolo *CD*E, per eſſere composto nel mezzo circolo CDE, e la baſe *CE*. ſeruendo di diametro al detto

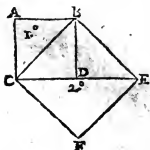
detto mezzo circolo è bisogno, per la 31. propositione del terzo, che rimanghi retto e. per la 47. del primo, il rettangolo, che fusse composto del diametro CE, necessariamente restarebbe eguale alli rettangoli CD, e DE, mà CD. fù fatto eguale ad vno delli lati del picciolo quadrato B, ed anco il diametro CE. eguale

all'altro quadrato A, hor quando abbassaremo il rettangolo CD. dal quadrato di CE. il rimanente è bisogno, che sia la quantità di DE; Verbi gratia il diametro CE, fusse stato composto di parti 5. il quadrato del quale sarebbe 25, e CD, di parti 3. anco il suo quadrato sarà construtto di parti 9. il numero del quale sottratto da 25. restarà 16. la radice del quale sarebbe 4. residuo, che restarebbe, del quadrato proposto A. Auertendo ciò che s'è detto nel quadrato, si può anche conseguire in altre figure diuerse come se bisognasse abbassare il triangolo picciolo B. dal triangolo grande A, dopò fatto vn mezzo circolo, il diametro del quale sia eguale ad vno delli lati del triangolo A. e riportato medesimamente in detta

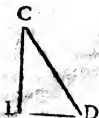
circonferenza il lato del Triangolo B. come per lett. CD, e giontoui DE, si dice la detta quantità di DE: essere il residuo del proposto triangolo A. come dinota il triangolo F. per le cause narrate di sopra, che è quanto si era proposto di fare.

B A D C E. F

Modo di multiplicare geometricamente figura con figura.

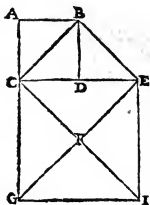
Proposit. LXV.

SVpponghasi per esempio il quadrato ABCD, il quale fusse bisogno construirne altro in doppia proportione, in tal caso giungendosi la diagonale CB, sopra la quale constituendosi altro quadrato CB EF, ed aggiungendosi anco la diagonale CE, quale restarà eguale alli due lati CD, e DB, auertendo che, per la 47. del primo di Euclide, il quadrato di CB. è eguale alli quadrati di CD, e DB, dunque per la medesima ragione deuono essere

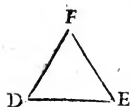
ſere eguali li quadrati di *C*B, e BE. alla diagonale *C*E, del ſecondo quadrato, oltre che per eſſere eguale la diagonale CE, alli due lati del primo quadrato, cioè CD. e DB, nè ſeguirà perciò che'l triangolo C*B*E. debbia reſtar eguale al primo quadrato *A*C. DB. dindi la diagonale CE. diuide per metà il ſecondo quadrato CB EF, e ſi è detto che'l triangolo CBE, è in potenza eguale al primo quadrato AC DB, non reſta però alcun duboio, ch'anco il triangolo CFE. per eſſere ſimile al triangolo CBE, per neceſſità debbia anco eſſere eguale al quadrato A*C*DB, e per conſeguenza tutto il quadrato CBE F. reſtarà doppio à tutto il quadrato AB CD, che è quanto ſi doueua dimoſtrare; il tutto fundato ſopra la 47. del primo di Euclide.

E ſe per caſo la propoſitione aſtrengeſſe douerſi conſtruire vn quadrato triplo al primo propoſto *A*BCD. biſogna per riſoluere tal propoſitione ricorrere all'aiuto dell'*A*ngolo retto. Verbi gratia conſtituiſcaſi à parte l'Angolo retto CB *D*, al quale il lato CB. facciſi eguale al lato *C*B. del primo quadrato ed il lato

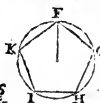
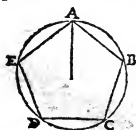
BD.eguale anco al lato *B*D.del primo, e giũgaſi l'ipotenuſa CD. il quadrato della quale neceſſariamente reſtarà in potenza triplo del primo quadrato A*CB* D, poiche ſi dimoſtrò, che'l ſecondo quadrato CBEF, per eſſere ſtato conſtituito della diagonale *C*B, rimanerà doppio del primo *A*, al qual aggiontaui la quantità del lato CD, del primo quadrato, ne auuenirà perciò, per la 47. del primo. che 'l quadrato *, che verrà formato dell'ipotenuſe *C*D. ſoſtendente dell'Angolo retto *C*BD. e rimanghi in potenza triplo del primo quadrato *A*B*CD*.

Ed occorrendo conſtruire altro, ch'il primo *A*BC D. in potenza reſta quello quadruplo, ed è biſogno vi ſia la quantità della diagonale CE. del ſecondo quadrato CBEF. e conſtruirne il quadrato CEGI, Il quale neceſſariamente rimanerà quadruplo al primo ACB*D* per cauſa la CE, reſta eguale alli due lati CD, e DB. al che giontoui anche la diagonale CI, ò vero GE, ſua ſimile, ciaſcheduna di

quelle

quelle rimanerà similmente eguale à i due lati del secondo quadrato CB, BE, mà si dice esser doppio al primo *A*B. C*D*, e ritrouandosi à questo doppio il

quadrato CEGI,è di mestiero rimanghi quadruplo al primo ABC*D*, ed il tutto si potrà verificare per la 47. del primo di Euclide;e così procedendosi ad altro quadrato la quantità di CI. ò verò GE. haurebbe di seruire per lato del detto quadrato,e non sarebbe verun dubbio ch'in potenza contenerebbe otto volte il primo quadrato ABCD. nel qual modo si potrà conseguire all'in finito.

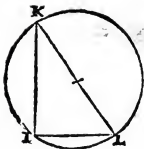
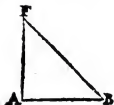
Mà passando per esempio ad altro, che sia proposto il triangolo equilatero *A*BC,al quale sia di bisogno construire altro DEF, che sia doppio à quello, constituendosi per tanto l'*A*ngolo retto GH I.nell'istesso modo s'è detto nell'antecedente,cioè i lati IH,ed HG. restino egua li ciascheduno ad vno de i lati del triangolo ABC. e giungendosi IG. con tal quantità constituendosi il triangolo *D* EF,non sarà dubbio veruno, che sarà in

potenza doppio del triangolo *A*BC, e quando ſi doueſſe far triplo, ò quadruplo s'oſſeruarà il metodo dato nella multiplicatione del quadrato, che è quanto nella preſente lettione ſi deue conſeguire.

Douēdoſi ancó duplicare vna figura pentagona *A*BCDF.ſopra vn'altra data pur pentagona FGHLK, e cōſtituendoſi l'*A*ngolo retto LMN.e che li due lati LM. ed MN. attorno l'*A*ngolo retto M. corriſpondino ad vno delli lati del pentagono dato FGHIK. giungendoſi LN, la qual quantità ſerue per vno delli lati del Pentagono ABCDF, non ſarà dubbio veruno, che'l detto pentagono reſtarà duplo al pentagono dato FGHIK, e perche non ſi deue tralaſciar alcuna operatione in dietro, la quale apporta al nuouo ſoldato qualche difficultà nell'eſecutione dell'atto prattico, come pur incontrarebbe mentre doueſſe egli conſtruire il pentagono *A*BCDE, qual deue eſſere formato con la conditione della linea data NL, nel qual caſo

caso preso il semidiametro 1. 2. del circolo dato FGHIK, e tal quantità riportata nell' Angolo retto già stabilito LMN. come lett. M. 3. e giontoui la retta N. 3. dindi presa la quantità di NL, la qual si suppone douer seruire per quantità eguale d'ogni lato del detto Pentagono ABCD*E*. ed aggiustata nel lato del detto Angolo retto MN. cioè M. 4. aggiuntoui la retta 4. 5. In modo che rimanghi paralella alla retta N. 3. e quella prolongandola tanto che tagli il lato ML. in punto 5. ciò fatto ogni volta che con il compasso verrà presa la quantità di M. 5. e con tal quantità fattone vn semidiametro d'altro circolo *A*BCDE, necessariamente quella verrà della quantità data di NL. misurata cinque volte, che sarà quanto si doueua dimostrare in questo fatto.

Similmente quando si douesse duplicare il circolo ABC. constituendosi l'*A*ngolo retto FAE. In modo che li due lati

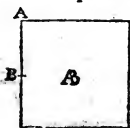
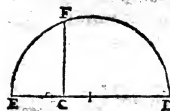
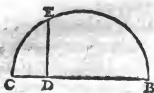
AE.

AE, ed AF. che sono attorno l'Angolo retto A, rimanghino eguali al diametro del dato cerchio A BC. e giungendosi F B, la cui quantità serue di diametro al circolo GHI. per le raggioni addutte, necessariamente è bisogno in potenza esser doppio del dato AB C, e quando fusse anco necessario construirne vn'altro, che à quello restassero triplo ogni volta che della quantità del diametro GH, e dell'altro diametro AB sia constituito l'Angolo retto KIL, al quale giontaui l'ipotenusa kL. e con tal quantità seruendo di diametro per construirne poi il cerchio KIL, e perciò si concluderà detto circolo esser in potenza triplo al primo ABC. e cosi si deue intendere d'ogn'altra figura di più lati, pur-

purche siano equiangole, ed equilatere.

Del modo di partire geometricamente ogni sorte di figura regolare.

Proposit. LXVI.

SVpponga si per esempio il quadrato AB, dal quale sia di bisogno abbassarne di tutta la sua quantità vn'altro quadrato, ch' in potenza resti eguale alla metà, ò il terzo, ò il quarto, ò di qualunque altra parte proposta, nel qual caso per risoluere tal propositione è di mestiero partire vno de lati del detto quadrato AB. in quante parti s'hà pensiero togliere da tutta la sua quantità, e sia Verbi gratia la metà come dinota lett. AB, hor ricorrendosi all'vltima propositione del secondo, e dopò cõstituito il semicircolo, nel quale il suo dia-

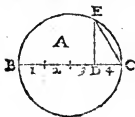
diametro sia fatto eguale ad vn lato del detto quadrato, come per lett. CD, e della metà di AB.come per lett.EC, eleuandosi dal punto C. la perpendicolare CF,e presa con il compasso la detta quātità di CF.constituendone altro quadrato G.si dice quello essere la portione abbassata dal quadrato A.supposta dalla metà osseruādosi l'istesso modo in ogn' altra quantità si douesse partire il detto quadraro AB.

Inòltre occorrendo partire per esempio in trè parti vn triangolo equilatero A,ò vero in più parti facendosi di nuouo altro semicircolo in modo che'l diametro resti eguale ad vno de lati del detto triangolo,come lett. BD. e di più del terzo vno di detti lati come lett.DC, e dal punto D. eleuandosi la perpendicolare DE, e di tal quantità constituendosi il triangolo F. si dice quella

quella contenere in se la terza parte di tutta la quantità del triangolo A: In altro modo diuidasi il lato del triangolo AE. in quante parti si vorrà diuidere detto triangolo, ch'in questo esempio s'è detto in trè parti,come per lett.GG.dalli quali termini producendonosi le rette GI. non è dubbio, che 'l detto triangolo restarà diuiso in trè altri triangoli tutti eguali in potenza per la 38. propositione del primo, e quanto s'è detto in questo triangolo equilatero si deue presupporre in ogn'altro triangolo di qualunque qualità si sia.

Mà passando ad altro esempio di partire dall'essagono A. altro essagono B, che in se contenghi la quarta parte del detto A, nel qual è di bisogno vno de lati BC. diuiderlo in quattro parti eguali,come per lett. BD, e dopò constituito il semicircolo EFG. in modo che'l diametro EG.sia fatto eguale alla quantità BC,e BD,cioè HG.eguale alla BD.ed HE. eguale alla BC, eleuandosi dal punto H. la perpendicolare HF,la qual quantità serue di lato ad altro essagono B,si dice quello

con-

contenere la quarta parte di tutta la quantità dell'ilagono A, Auertendo che quanto si è detto in questa figura si deue intendere in ogn'altra figura regolare di più, e meno Angoli, e lati.

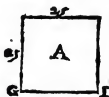
Similmente si può anche conseguire la diuisione del cerchio A. Exempli gratia bisogna constituire altro circolo, ch'in potenza contengha la quarta parte del proposito circolo A; che perciò cõseguire bisogna diuidere il diametro BC in quattro parti, come per numero 1. 2. 3. 4. e dal termine di vna di quelle eleuãdosi la perpendicolare DE, in modo che tagli la circonferenza in punto E, ed aggiungẽdo la retta EC. e con tal quantità seruendosi per diametro dell'altro cerchio F. non è verun dubbio, che tal circolo cõtenerà la quarta parte del detto circolo A, nel qual modo si potrà diuidere in più e meno secondo la necessità, che è quanto si doueua fare.

Poiche s'è data sufficiente dimostratione del modo, come si deuono geometricamente summare, sottrahere, multiplicare, e partire ciascuna

figura

figura regolare passaremo ad altre propositioni di non meno vtilità al nuouo soldato per preualersene secondo l'occorrenze, mentre si dirà in primo luogo.

Date due figure regolari simili, ritrouarne la media proportionale.

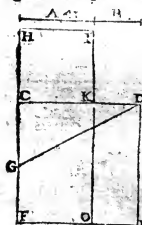
Proposit. LXVII.

EXempli gratia siano dati i due quadrati *A*, e *B*, che vno de suoi lati contenesse parti 25. e l'altro 16. dalli quali è dibisogno ritrouarne altro, che rimanga in media proportione, per il qual effetto si deue ricorrere alla 13. propositione del sesto di Euclide, che per conseguire la determinatione di tal propositione s'hà da construire il mezzo circolo CDE. in modo che 'l diametro *CE*. rimanghi eguale ad vn lato del quadrato A, e l'altro del quadrato *B*, cioè *CF*. eguale

eguale alla GI,ed F*E*.eguale al lato KL, ed eleuandoſi dal punto F. la perpendicolare FD.tal quantità ſeruirà per il lato del terzo quadrato M; Il quale rimanerà frà li due dati in media proportione, per la 22.proportione del ſeſto di *E*uclide.

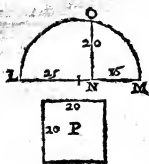
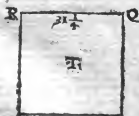
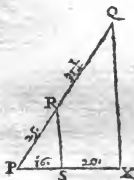
25.
16.
150,
25
400

Hora per ritrouare la quantità,che contenerà la FD. è biſogno multiplicare l'vno lato con l'altro delli due quadrati dati, cioè GI. di parti 25.con l'altro kL.di parti 16. il moltiplice del quale ſarà 400, dalla qual quantità trattane la radice quadra,il prodotto ſarà 20.parti, come in immargine il tutto ſine de notato,e tanto ſi dice eſſere la quantità di F*D*. come viene verificato per la 17.del ſeſto di Euclide: auertendo che quanto s'è diſpoſto nel quadrato, s'haurà d'intender in ciaſcuno poligono di più,e meno lati, ſendo però regolari Mà occorrendo conſtituirſi altra figura quadrata,la quale frà le due date *A*.e B. ſoggiaceſſe in continua, ed eſtrema media proportione, Ancorche tal propoſitione non differiſce del contenuto di ſopra,

o o (o
4 o o
2 o
4

pra, nientedimeno per facilitare maggiormente l'operatione, e per non tralasciare à dietro alcuna difficoltà le due quantità date di GI, ed KL. ridurle in vna sola linea nel cui esempio siano AB. composte di parti 41. per causa, che ogni lato del quadrato A. del cui si è trattato di sopra conteneua 25. parti, ed il quadrato B. 16. hor è di mestiero tal quantità, per la 11. propositione del secondo di Euclide, diuiderla in maniera, che 'l quadrato di tutta la detta quantità con vna delle sue parti rimangha eguale al quadrato dell'altra parte. Verbi gratia constituiscasi il quadrato CDEF. in modo che ciascheduno de suoi lati restino eguali alla tutta AB, diuidendosi il lato CF. per metà in punto G, dal qual giungendo GD, e della quãtità di GD. prolongandosi il lato CF in punto H, con far à questa eguale GH, indindi della quantità di CH. constituiscasi il quadrato CHIK, ed il lato IK. abbassandolo tanto, che venghi à tagliare il lato FE. in punto O, non sarà dubbio veruno, che il lato CD,

 qual

qual si dice eguale alla data AB, restarà diuiso in punto K. in estrema, e media ragione, secondo la 30. propositione del sesto di Euclide, cioè il quadrato HIFO. sia fatto con tal operatione eguale al quadrato CDFE. e similmente il quadrato CHIk. necessariamente rimanerà eguale all'altro quadrato di KDEO, dunque per tal ragione concluderemo la CD. tagliata in punto k. secondo doueua fare per risoluere quanto nella propositione è stato proposto, nel qual caso per ritrouare la terza proportionale facciſi il mezzo circolo LOM, del quale sia il diametro LM, con che resti eguale alla data AB, ouero, sua simile CD. In maniera, che la parte LM. rimāghi eguale alla CK, e la NM. alla KD, dindi dal termine N. eleuandosi la perpendicolare NO. la quale è necessario rimanghi con l'altre due quantità in terza proportionale, al qual effetto mentre con tal quantità si construirà il quadrato P, ch'ogni suo lato à questa resti eguale, si concluderà detto quadrato stare trà l'vna, e l'altra proportione delle dette due figure date di AB, che è quanto si doue-

doueua risoluere, secondo la propositione fatta, come più manifestamente viene approuato nella 13. propositione del sesto di Euclide.

In oltre douendosi ritrouare la quarta figura proportionale trà le trè date A B. e P. alle quali si faranno eguali LN. NM. ed NO, per il cui effetto sarà di mestiero ricorrere, alla 12. propositione del sesto di Euclide, cioè mentre si constituirà l'Angolo XPQ ad libitum, nel quale constituito RP. eguale alla LN. e la PS. anco eguale alla NM. come la SX. simile alla NO. dindi giungasi SR. e dal punto X. produchisi la XQ. paralella alla SR. senza verun dubbio la quantità di RQ. sarà la quarta proportionale, dalla qual quantità formandone il quadrato T. si dice quello risguardarsi con le trè altre figure, come nel discorso in continua proportione, e restarà anco risoluta la propositione.

E perche le trè proposte figure hanno i lati conosciuti è bisogno anco accertarsi del lato RQ. della quarta figura T, che per conseguire ciò s'hà da ricorrere ad vna regola di proportione dicendo, se PS. constituita di parti 16. mi donò parti 25. quantità della PR. che mi donarà la quantità di SX, ch'anco è stata composta di parti 20. Il che eseguito, l'operatione, come nel l'immargine si vede notato, ne risultaran per la quantità di RQ. parti $31\frac{1}{4}$ che è quanto si ricerca.

16. 25. 20
20
500
16. | 0 2(4 0) | $31\frac{1}{4}$

Dato vn Pentagono equiangolo, ed equilatero; del quale è di bisogno construire vn' altro, ad esso simile, e ch' in potenza quello resti vguale ad altro Poligono regolare dato.

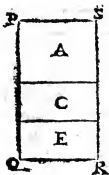
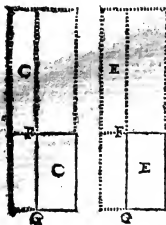
Proposit. LXVIII.

Er esempio propóghisi vna figura regolare, della quale fusse neccssario construirne altra ad essa simile, però aggiustato in modo,

do, che resti quella eguale in potenza al quadrato D. e fusse Verbi gratia il pentagono equilatero A, nel qual caso sarà di bisogno in primo luogo conuertire il detto pentagono in triangoli, come lett. AEC. In secondo luogo, per la 42. del primo di Euclide, si ridurrāno detti triangoli, in paralellogrammi, ciascheduno al suo come di notano i numeri, cioè il triangolo A. hà partorito il paralellogrammo 1.2.3.4, e li due triāgoli C,E, per essere equiangoli, ed equilateri, restando loro in potēza anco egua li, partoriscono i due paralellogrāmi 5.6. 7.8. e 9.10.11.12.

In terzo luogo è di mestiero detti paralellogrammi AC E, ridurli in altri paralellogrammi, ch'habbino vn lato eguale ad vn lato

del detto pentagono A, e che sia quello commune à tutti i detti paralellogrammi, è sia Verbi gratia la retta FG. la quale prolongandola in punto K. in maniera che la FK. resti eguale al lato 1.3. del rettángolo 1.2.3.4. e dal termine F. cõstituiscasi la FH. perpendicolare sopra la KG: e fatto eguale FH. all'altro lato del detto paralellogrammo 1.2. ed aggiustandosi in modo il rettágolo IKFH, che resti equiangoio, ed eguale al rettangolo 1.2.3.4. dindi prolongandosi il lato Ik, in punto M. ed à questo fatta paralella la retta LN. la quale passi per il pun-

punto G, e similmente abbassandosi il lato IH, che tagli la retta *L*N. in punto L, e giungendo LM, e dal punto M. s'abbassarà anche MN. che rimanghi paralella alla KG. e prolongato il lato HF. in punto O, si sarà con tal operatione constituito sopra la data FG. il rettangolo FOGN. eguale al dato rettangolo IkFH come viene verificato per la 44. propositione del primo di Euclide; mà questo fù fatto eguale al triangolo A, dunque è anco bisogno, ch'il detto paralellogrammo FO. GN. rimanghi à quello eguale: auertendo che quanto si è operato in questo paralellogrammo. s'osseruarà nell'altri due paralellogrammi CE, li quali similmente è necessario constituirli sopra la data rettalinea F*G*. come mercano gl'altri due esempi riportandosi ciascheduno al suo come le lettere AA, CC, ed E*E*.

In quarto luogo dopò il tutto sarà stato eseguito con ogni esattezza si constituirà delli trè paralellogrammi A, C, E. il solo paralellogrammo PQRS, il quale è bisogno che rimanghi eguale à tutti li trè: poiche il rettangolo A. resta eguale al rettangolo A. C. al C, E all'E, come nell'esempio d'incontro.

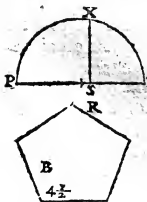
Hor si deue similmente conuertire il quadrato proposto D. in paralellogrammo, in maniera che la quantità di PQ,

ò vero di RS. sua simile rimanghi per

lato del detto paralellogrammo. Il che si potrà conseguire medesimamente per la 44. del primo, come merca nell'esépio d'incontro per lett. D. e dopò il tutto accertato l'aggiustaremo con l'altro paralellogrammo PQRS. ed ambi assieme come lett. PQTV.

Hora di quanto s'è operato nella cōstruttione delli detti paralellogrammi si sono solamente accertate le due proportionali PS. ed ST, ò verò QR. ed RV. sue simili, dalle quali anco è necessario accertarsi della media proportionale trà l'vna, e l'altra figura data con la qual quantità si constituirà poi il ricercato pentagono, il quale, secondo la propositione, necessariamente dourà rimanere eguale al dato quadrato D.

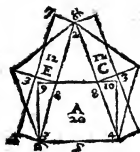
Che perciò risoluere ricorreremo alla

la 13.propositione del sesto, cioè constituendosi il mezzo circolo PXT. e prolongandosi il lato RS. tanto che tagli il detto circolo in punto X. non è verun dubbio, che la quantità di SX. sarà la media proportionale trà le due figure A, e D, e seruirà per lato del nouo pentagono B, ed anche eguale in potenza al detto quadrato D, e simile all'altra figura A, che quanto si ricercaua di fare, e restarà risoluta geometricamente la propositione: auertendo ch'il diametro del mezro circolo dourà eguagliarsi alla quantità di PT, quantità contenuta nella larghezza delli due parallelogrammi PR, SV.

Mà perche il douersi construire vn pentagono equiangolo equilatero con la conditione di vna linea data sarebbe forsi di non poca difficultà al nuouo sol dato di poter conseguire tal operatione non ostante, che nel passato esempio se li sia indicata regola certa; nulladimeno si replicarà in questo discorso; Il che sarà quando constituito l'Angolo retto 15.17.16. nel quale il lato 15, e 17. sarà

fatto

fatto eguale al ſemidiametro del circolo, che circonda il pentagono A, ed il lato 16, e 17. ſimilmente eguale ad vno delli lati del detto pentagono, e preſa con il cõpaſſo la quantità di SX. e quella riportata ſopra il lato 16, e 17. come merca il numero 13, e 17, e dal punto 13. giunta la retta 13, e 14. In modo che reſti paralella con la 16, e 15. quella verrà à tagliare il lato 15, e 17. in punto 14, e col compaſſo preſa la quantità di 14. e 17. la quale ſeruendo di ſemidiametro d'altro circolo ſicuramente quello verrà miſurato cinque volte della quantità di SX, che è quantò ſi doueua eſeguire.

Onde per le retroſcritte operationi ſi potrà riſoluere ogn'altro poligono regolare di più, e meno lati: auertendo ſolo douerſi quelli conuertire in tanti triãgoli conforme verranno propoſti di più, e meno lati. Verbi gratia in luogo del detto quadrato D. fuſſe ſtato vn poligono di cinque, ò ſei, ò vero più lati, in tal caſo era di biſogno anco tal figura conuertirla in triangoli, come s'è fatto della pentagona A, ed il tutto riſoluere in paralellogrammi come s'è dimoſtrato, per la 44. e 45. del primo di Euclide; ed ancorche il tutto ſia ſtato conſeguito geo-

geometricamente, per maggior intelligenza dimostraremo anco come si possa risoluere tal propositione aridmeticamente, per esempio supposto vn lato del pentagono A, contenesse cinque parti, e la sostendente dell'Angolo del detto pentagono ne contenesse otto simili, come per numeri 2. 4. ò vero sua simile 2.3. ed anco la perpendicolare C, ò vero E, per essere frà loro eguali pur ne contenessero 3, non v'è dubbio che il paralellogrammo 5.6.7.8. proceduto da tal triangolo contenereb

be parti 12. e tanto è necessario che sia l'altro suo simile C. ed ambi diranno 24 Inoltre il triangolo di mezzo A. per essere constituito Isoscelle haurà due lati di parti otto, e la base di parti 5, che ridotto in paralellogrammo 9.10.3.4. quello è bisogno contenghi parti 20. le quali aggionte con la quantità delli due triãgoli C. ed E. ambi diranno parti 44. e tanto si dice contenere tutta la superficie del detto pentagono A; similmente è bisogno anco ritrouare la superficie del quadrato D, del quale supposto ogni suo lato di parti 6, tutta la superficie

con-

	6				
6		D			6
		36			
		6			

contenerà parti 36.

Hor ogni volta che la quantità di A, venghi diuisa per vno de lati del detto pentagono A, che si dice contenere parti cinque, il prodotto dirà parti $8 \frac{4}{5}$ quantità spettante à ciascheduno delli due lati PQ ed RS. dindi multiplicata la superficie del detto quadrato D, similmẽte dalla quantità di vno de lati del detto pentagono A. dirà 180. il qual numero diuiso p $8 \frac{4}{5}$ quantità del lato PQ. il suo prodotto sarà parti $4 \frac{1}{11}$ quantità, che spetta al lato ST. però è necessario di nuouo multiplicare il lato PS. con il lato ST. ed il suo multiplice dirà 20. senza far caso del zanno $\frac{1}{11}$ e la radice del detto numero 20. risultarà $4 \frac{1}{2}$ e tanto si deue concludere che sia vno delli

41 | 8. 4/5
51 | 5

36
5
8. 4/5 | 180 | 4 1/11

PS. parti 5
ST. parti 4 1/11
20.

1 4
20
Radice 4 4/8 | 1/2

li lati del pentagono B, e restarà risoluta l'operatione secondo la propositione fatta aridmeticamente.

Sopra ad vna linea terminata, quale deue seruire per diametro d'vn cerchio constituire nel detto cerchio qualunque Poligono venghi proposto.

Proposit. LXIX.

SIa la linea terminata AB, la quale si suppone debbia seruire di diametro nel circolo ADB, è bisogno nel detto circolo construire vna figura di cinque Angoli, e cinque lati eguali, nel qual caso s'osseruarà per regola generale di quanti lati viene dimandato douer essere il poligono, in tãti parti si deue diuidere la data retta AB. Verbi gratia in questo esempio si dice di construire vn poligono di cinque Angoli, dunque fà mestiero, che detta linea venghi ripartita in cinque parti eguali, come mercano i numeri 1.2.3.4. 5, dindi della quantità di AB. constituendosi il triangolo equilatero ACB. e dal punto C. produchisi la retta CD. in modo

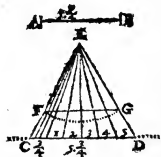
modo che sechi giustamẽte due di quelle particelle della diuisione fatta nella data AB. osseruandosi tal construttione in og'altra figura di più, e meno lati come merca il numero 2, la qual linea abbassiandola tanto, che s'intercoppi nel detto cerchio ADB. in punto D, e giungendosi AD.sicuramente la detta quantità di AD.misurarà cinque volte il detto circolo,e con tal operatione restarà risoluta la propositione.

Diuidere vna linea retta terminata in parti vguali, e dissuguali secondo vna raggione data.

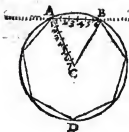
Proposit. LXX.

Xempli gratia sia la terminata retta linea AB, la quale si dice douersi diuidere in cinque parti eguali, e più trè quarti d'vna delle cinque parti proposte, tirisi perciò la retta CD. indeterminata, sopra la quale ad libitum constituiscanosi cinque parti,e trè quarti più di vna di esse come marcano i numeri 1.2.3.4. 5. $\frac{3}{4}$ contenute nella quantità di CD. la

quale

quale deue ſeruire per baſe del triangolo equilatero CED, dindi preſa con il compaſſo la data AB, e fatto centro in punto E, facciſi à queſta eguale la EF. ed EG. aggiungendoſi FG. oculatamente ſi vede, ch'il triangolo EFG. ſarà equiangolo al triangolo ECD, ed il lato EF. con FG. ſono eguali, e ſi riſguardano frà loro come EC. in CD. hor la diuiſione fatta nella retta CD. di parti cinque, e tre quarti, ogni volta da ciaſcheduno di eſſi termini venghino tirate rettelinee al punto E non è dubbio veruno, che le dette rette tagliaranno proportionalmente la data FG. e per conſequenza neceſſariamente reſtarà diuiſa giuſtamente in cinque parti, e trè quarti come pur diuideſſimo ad libitum la CD nel qual caſo reſtarà riſoluta la propoſitione, che è quanto ſi doueua fare.

Sopra d'vna linea data descriuere ogni Poligono regolare.

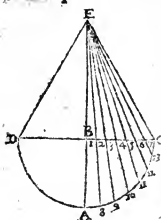
Proposit. LXXI.

PEr essempio sia data la retta AB, nella quale sia bisogno descriuere vn Poligono regolare di sette lati; constituendosi per ciò sopra detta linea ad libitum sei parti eguali, le quali seruiranno per base del triangolo *A*C*B*, e perche si dice descriuere la figura di sette lati, fà di mestiero, che li due lati AC, e BC, del triangolo ABC venghino construtti di parti sette ciascheduna simile alle disegnate nella retta A*B*. come per numeri 1, 2. 3. 4. 5. 6. 7. dindi della quantità di vno delli lati *A*C. ò vero BC. fatto centro in punto *C*, descriuendosi il circolo ABD, il quale è bisogno venghi misurato dalla quantità di *A*B. sette volte: Auertendo d'osseruare per regola accertata che quanti Angoli si suppone debbia hauere il poligono, che si vuole descriuere nella data retta AB. tante parti è necessario, che contenghino i lati AC, e BC. del detto

detto triangolo ABC, però sempre eguali à quelle parti, che si disposero ad libitum sopra la retta AB. ch'è quanto in questa operatione si doueua conseguire.

Il modo per diuidere egualmente in quante si vogliano parti la portione Circolare contenuta nell'Angolo retto.

Proposit. LXXII.

NOn è verun dubbio, che con tal propositione si potrà conseguire ogni poligono regolare di quanti si siano Angoli, con l'aggiuto dell'Angolo retto, come à suo luogo si dirà: essendo però prima necessario risoluere l'operatione di tal propositione, del che douendosi secare la quarta del circolo AC, contenuta dall'Angolo retto ABC, in più parti eguali, ch'in questo esempio si dice diuiderla in sette, nel qual caso è di mestiero in primo luogo constituire la retta BC. la quale ò che verrà data terminata, ò vero supposta ad libitum: per il che essendo data conditionata, e quella douendosi diuidere in sette parti eguali sarà bisogno ricorrere per risoluere tal propositione à quanto s'è detto nel capitolo LXX. mà supposta tal quãtità BC. da-

ta à caso dopo constituite ad libitum sette parti in quella da tali diuisioni si dirà essere terminata;hor prolongandosi la BC.in punto D.di maniera che la parte di BD,rimanghi eguale alla BC. e dal punto B. eleuandosi la perpendicolare AE,dindi fatto centro in punto B, e della quantità di BD, ò vero BC, sua simile si constituirà il mezzo circolo DAC. e similmente della quantità di tutta la DC. si formarà il triangolo equilatero DEC.ciò eseguito.In secondo luogo dal punto E. si produrranno le rette E. 8, E. 9. le quali douranno passare giustamente per li termini delle diuisioni delle

particelle stabilite nella BC.come marcano i numeri 1.2.3. 4.5.6.7.e prolongandole tanto che sechino il mezzo circolo DAC.nelli numeri 8. 9.10.11. 12. 13.con tal operatione verrà diuisa giustamente in sette parti la quarta del circolo AC. come marcano A. 8. 8. 9.

Nel qual caso essendosi dato il modo di diuidere vna quarta di circolo in quante parti eguali si siano tanto di pari,

ri, quanto di dispari numero passaremo ad altro esempio con propositione.

Come si possi peruenire alla construttione d'ogni Poligono Regolare mediante la cognitione di quanti angoli retti saranno compresi nella quātita del poligono, che si suppone construire.

Proposit. LXXIII.

PEr esempio supponendosi doversi construire vn poligono di sette Angoli; i lati del quale s'eguaglino alla data BC. nel qual caso per risoluere tal suppositione si deue in primo luogo ritrouare la quantità dell'Angoli retti, ch'in se contiene tal poligono, il che s'eseguirà con la maggior facilità possibile, mentre osseruandosi per regola generale in tutti i poligoni regolari dupplicando tutti gl'Angoli, che in quelli si contengono, e della somma abbassatone sempre quattro, il rimanente saranno tanti Angoli retti contenuti nella supposta figura. Verbi gratia radoppiati gl'Angoli della figura di sette Angoli diranno 14. delli quali sottrattone poi quattro Angoli rimane-

ranno in dieci Angoli, e con tanti Angoli retti si dice eguagliarsi la figura eptagonale.

Hora s'osseruarà anco per regola generale di diuidere l'Angoloretto dato in tante parti eguali, quanti Angoli deue contenere la figura, che si suppone disignare; per il qual effetto diuideremo l'Angolo retto ABC. in sette parti: perche si dice douersi construire la figura di sette Angoli, e così si procederà d'ogn' altra di più, e meno lati; mà tal figura in se contiene dieci Angoli retti, e l'Angolo retto ABC. è stato diuiso solamente in sette parti eguali, sarà perciò necessario prolongare la quarta del circolo FAC, in modo che il sopra più di AF. venghi fatto eguale à trè delle medeme particelle, che furono diuise nella quarta AC. dall'angolo retto ABC. aggiungendosi FB, nella qual operatione si sarà cosistituito l'Angolo FBC. eguale in potenza all'Angolo della figura di sette Angoli, come habbiamo supposto di fare. hor altro nō rimane nell'operatione, che di constitui-

re vn circolo, nel quale la quantità di BF. ò vero BC. sua eguale misura il detto circolo sette volte, il che si eseguirà ogni volta si constituiranno sopra i due lati FB, e BC. le due perpendicolari HG. e GI. In maniera che diuidano detti due lati FB, e BC. ciascheduno in due parti eguali, e prolongate le dette perpendicolari, che si congiungano in punto G. sarà il centro del circolo FBCK. sendo ciò quanto si potesse conseguire in questa operatione.

Il modo di construire la figura Ouata.

Proposit. LXXIV.

SOno diuersi i modi di constituire la figura ouata, ed anco tutte diuerse dopò disegnate frà di loro s'osseruano; però proponeremo vn metodo molto differente dell'vso ordinario, del quale ne risultarà vna figura ouata, che participarà egualmente è dell'vno, e dell'altro modo; per il che constituendosi la retta AB, nella quale si disponeranno sette parti eguali ad libitum come marcano i numeri 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. vna delle quali seruirà di base commune alli due triangoli equilateri EFC, ed EFD, dindi prolongandonosi

Digitized by Google

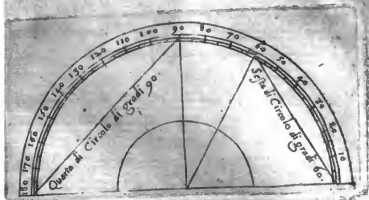
i lati delli detti due triangoli con linee morte, cioè ED, EC, e DF, CF, in maniera che EG, EH, ed FK, FI. restino ogn'vna triplicata della quantità di vno delli lati delli detti due triangoli equilateri E F D, ed EFC. cioè che ciascheduna delle dette quantità EG, EH, FK, FI. venghino constituiti di trè di quelle particelle disposte nel la retta AB. hor fatto centro in punto EF, e della quantità di EG. ò vero EH. sua simile si produrranno le due portioni circolari HAG, ed IBK. Inoltre fattosi di nuouo centro in punto C, e D, e di tutta vna di CG. ò verò DH. sua simile si constituiranno anco l'altre due portioni circolari GK, ed HI. nel qual modo restarà eseguita l'operatione.

Non pareranno fuor di douere al nouo soldato i diuersi metodi dati nel construire i poligoni regolari, mentre in varie maniere possono quelli essere disposti, come da più esempi si può raccogliere, e quelli potranno seruire ad esso per documento. E si come s'andorno variando hor con mechaniche, ed hor con demostratiue operationi, cosi hò voluto

farli

farli participar di quelle, che con lunga sperientia con maggior facilità ci siamo seruiti in ciò s'andarà discorrendo mentre in questa prima parte della geometria prattica si trattarà del metodo per construire anco ogni poligono regolare col mezzo del mezzo cerchio graduato: E perche forsi il grado non verrà da tutti ben inteso si verrà alla dichiaratione, che cosa si debbia intendere per quello; Il grado dunque è vna certa diuisione, proceduta dal scompartimento del circolo, che si dice douersi terminare in 360. parti eguali, e ciascheduna di quelle viene detta, grado; i. quali si potranno conseguire grandi, e piccioli secondo la maggiore, e minore quantità del circolo, nel quale verranno diuisi.

Ed ancorche nella Geographia, ed Astrologia vengono intesi per ciascheduno grado 60. miglia; nulladimeno in ciò dobbiamo seruirsene, e s'intenderanno semplicimente per vna misura commune; la quale dourà seruire di base, perche si deue trattare particolarmente di ritrouare la quantità, e qualità d'ogni Angolo: osseruandosi per regola accertata, che quando vn Angolo si dirà essere construtto per esempio di gradi 90, ò verò 60. sian i gradi ò maggiori, ò minori sempre tal Angolo contenerà in sè

quelle parti, nel quale fù composto; al qual effetto per maggiore intelligenza, disponeremo il quì sotto mezzo circolo graduato in 180.parti, che chiamaremo ciascheduna gradi, il qual grado si deue anco intendere di nuouo ripartito in 60.particelle,e quelle dette minute, non facendo più conto,nè delle seconde,terze,e quarte, conforme vengono osseruate nell'Astrologia intendendosi per esempio ch'ogni volta si dice vn Angolo di gradi tanti, purche rimanga meno di gradi 90. si dice Angolo acuto, e più di 90. ottuso, il quale non si potrà conseguire di maggior quantità, che di gradi 179.e minute $59\frac{59}{60}$ che surpassando tal quantità non potrà più domandarsi Angolo: poiche la quantità di 180.forma la linea retta, la quale serue di base à detti gradi, ed anco si starà auertito, che quando si dice Angolo di 90. gradi quello sempre s'intenderà Angolo retto.

Douendosi dunque disegnare vnà figura pentagonale con l'aggiuto del mezzo circolo graduato, primieramente s'osseruarà per regola generale di partire li 360. gradi per quanti Angoli in se contiene la figura, che si propone fare, nel qu[illegible] essempio si dice essere di cinque Angoli, dunque è bisogno diuidere li 360. gradi per cinque il prodotto dirà 72. la qual quantità sarà i gradi, che ciascheduno Angolo contiene in se attorno il centro della detta figura, e posto à parte detto numero come nell'immargine si vede notato sotto la

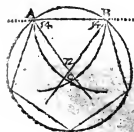
5 | 360 | 72.
1(0

metà del cerchio. g. 180.
g. 72.
g. 108

quantità contenuta nel mezzo cerchio, che sono gradi 180. che sottratti da tal quãtità li 72. del cẽtro il residuo sarà 108 gradi

gradi quantità ſpettante all'Angolo del Poligono, ſimilmente eſſendo neceſſario di peruenire alla cognitione dell'eſſagono, dopò ripartiti li 360. per ſei l'auuenimento ſarà 60, quantità dell'Angolo del centro, la quale abbaſſata dà 180; come s'è fatto nell'eſempio del pentagono, il rimanente dirà 120. quantità, ch'aſpetta all'Angolo del poligono eſſagono, e coſi è neceſſario di procedere in ogn' altro poligono di più, e meno lati.

Hora per ritornare al riſtretto di doue ci ſiamo partiti, per la reſolutione della propoſitione conſtituiſcaſi ad libitum la retta AB. e facciſi à caſo il pun[illegible] A; ò vero il punto B, e ſopra la d[illegible] ta AB. conſtituiſcaſi l'Ango[illegible] di gradi 54. metà giuſtamente d[illegible]ngolo pentagonale; il quale ſi ritrouò di gradi 108. e d'altra tanta quantità medeſimamente conſtituiſcaſi l'Angolo ABC. e prolongandonoſi i due lati AC, e BC. non ſarà dubbio veruno, che detti lati neceſſariamente verranno à congiongerſi in punto C, ed ambi formaranno l'Angolo ACB, il quale ſi dice Angolo del centro; e perche, per la 32. del primo trè Angoli d'vn triangolo ſono eguali à due retti ne auuerrà da ciò, che abbaſſata da 180. gradi, che ſi dice eſſere il valore di due Angoli retti la quantità delli

due

due Angoli BAC. e CAB, ciascheduno di gradi 54. ed ambi dicono 108. il tutto disposto secondo si vede notato in margine, il residuo sarà gradi 72, e tanto concluderemo douer essere il detto Angolo ACB.

...tà del circolo g. 180.
...l. delli due Ang. 108.
...sidno -- - g. . 72.

...me si dimostrò di sopra, che tal quan-...à spettaua all'Angolo del centro di ...l natura, nel qual modo, e nella mede-...na forma s'operarà in ogn'altra figu-... di più, e meno lati, che per non replic-...re più volte vna cosa s'è disposta la ...esente tauola, nella quale vi saranno

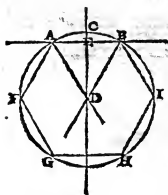
...igoni ...olari	4	5	6	7	8	9	10	11	12
... de ...goni	90	108	120	$128\frac{4}{7}$	135	140	144	$147\frac{3}{11}$	150
...g. del ...ntro	90	72	60	$51\frac{3}{7}$	45	40	36	$32\frac{8}{11}$	30

...egnati la quantità, e valore d'ogn'*An*...lo de poligoni regolari sino alla figu-... di 12. lati con la loro dichiaratione. ...nodo dunque come potremo preua-

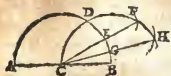
lerci

lerci della detta tauola sarà in primo luogo hauer auanti gl'occhi vn mezzo circolo ripartito in 180 gradi nella forma s'è dimostrato nel passato esempio: douendosi con tal mezzo disegnare vna figura di sei Angoli ricorrendosi in detta tauola, e nella colonna, che fà testa, oue da principio comincia 4. ed è scritto per capo, Poligoni regolari, nella quale scorrendo sino al numero 6, iui fermandoci, ritrouaremo sotto il detto numero nella seconda colonna, oue è scritto, Angoli de Poligoni, il numero 120. dinotãte i gradi, che deue contenere l'Angolo essagonale, e nell'vltima colonna sotto à questo numero si ritrouarà similmente disegnato gradi 60. quantità spettante all'Angolo del centro della detta figura, nel qual modo di sotto à ciascheduna figura rapresentata nella prima colonna della detta tauola, verranno disegnate nell'altre due colõne le qualità dell'Angoli contenuti nelli 12. poligoni regolari, Ed ancorche nel passato esempio si sia data regola della construttione d'ogni poligono regolare, cominciandosi dall'Angolo del poligono, in questo esempio si dirà il modo come si potranno construire dette figure, principiandosi dall'Angolo del centro Verbi gratia ricorrendo nella detta tauola ritrouaremo,

mo, che l'Angolo del centro della figura essagonale deue contenere gradi 60. hor preso con il compasso il semidiametro del circolo graduato, e dopò constituita ad libitum la perpendicolare CD, sopra la quale si constituirà la portione circolare ACB, in maniera che AD, e BD, siano fatti eguali al detto semidiametro del circolo graduato, din di sopra di tal portione circolare è di mestiero applicarui la quantità ritrouata delli gradi 60. ed in modo aggiustati, che la detta perpendicolare diuida giustamente per il mezzo detta quantità di ACB. come merca AC, e CB, e dal punto A, e B, aggiungasi la retta AB, la quale secarà per metà la perpendicolare CD. ad Angoli retti in punto E. Inoltre fattò centro in punto D. e della quantità di AD, ò verò BD. sua simile descriuendosi il circolo A, F, G, H, I, B, sicuramẽte la retta AB. misurarà detto circolo sei volte, nel qual modo s'osseruarà mẽtre s'è hauuta la cognitione dell'Angoli proportionati alla figura, che si vorrà disegnare in ogn'altro poligono sino al-

la figura di 12. lati contenuta in detta tauola.

Come si possi diuidere geometricamente vna portione Circolare contenuta da vn lato del triangolo equilatero in quattro parti eguali con vna sola apertura di compasso.

Proposit. LXXV.

IL diuidere geometricamente in quattro parti eguali vna portione circolare contenuta da vno dell'Angoli del triangolo equilatero, come sarebbe exempli gratia il mezzo cerchio ADB, nel quale il punto C. serue di centro, ed è di mestiero in esso construire vn triangolo equilatero, non è verun dubbio, per quãto insegna la prima propositione del primo di Euclide, che fatto centro in punto B, e della quantità del semidiametro B C. formandone altra circonferenza CD H, la quale intrecciandosi con l'altra A DB. in punto D. restarà risoluta la proposicione. hora, per la 15. propositione del quarto di Euclide. la portione BD, è, bisogno misuri giustamente sei volte il circolo, e per conseguenza tal quantità deue

deue esser il terzo del mezeo circolo ADB, e l'Angolo.D. eguale all'Angolo C,e B.e si come il mezzo circolo contiene in se gradi 180,la portione DB,essendo la terza parte,ne contenerà anco gradi 60,E douendosi diuidere la detta portione DB, in quattro parti eguali secondo la propositione , acciò ciascheduna rimanghi terminata della quantità di gradi 15.sẽza rimouere il compasso della quantità del semidiametro CB. fatto centro in punto D. si constituirà la picciola portione F.la quale tagliarà la CDH. in punto F,è gionta la retta CF.tagliarà in due parti eguali la DB, in punto E, di nuouo con la medema apertura di compasso fatto centro in punto E,e prodotta altra picciola portione H.la quale s'intreccia rà con la CDH. in punto H. e gionto similmente CH. tagliarà la quantità di E B.in punto G.e cossi GB.ò vero GE.sua simile necessariamente è bisogno, che siã la quarta parte della portione contenuta dell'Angolo del triangolo DCB. che fù construtto di gradi 60.e la GB. ritrouandosi la quarta parte, rimanerà anco composta di gradi 15. che aggiunti poi con la quantità del mezzo Angolo della

figurà

figura formaranno ambi la portione appartenente dell'Angolo fiancato di ciascheduna figura: Auertendo che douendonosi vnire li 15. gradi con la quantità della metà de gl'Angoli interiori d'ogni figura regolare s'osseruarà tal construttione per regola generale come à suo luogo si dirà.

Come si possi per numeri dopò la cognitione d'altra superficie tanto regolari, che irregolari, e quelle ridurre in forma quadrata, oblonga, ò vero Circolare.

Proposit. LXXVI.

Per esempio supponendosi l'hauer accertato la superficie d'vna figura regolare, ò fusse irregolare, ò di molti Angoli, ed il contenuto di quella si ritrouasse piedi 80. e fusse necessario di tal quantità constituirne per numeri vn quadrato perfetto, ch'in se non abbracciasse più terreno di quello s'è ritrouato nella superficie irregolare, che si dice essere piedi 80. non sarà dubbio, che tolta la radice del numero 80, e l'auuenimento, che sara

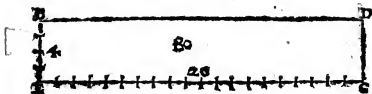
ra

rà piedi $8\frac{16}{17}$ sarà il lato, che dourà contenere vn lato del detto quadrato ricercato come merca la figura A.

A 80

Mà quando fusse proposto di tal quātità construirne vn paralellogrammo, che i lati, che lo circondano fussero di qualche proportione data, e non abbracciasse in se più sito di quello contiene la detta superficie irregolare data di piedi 80. Verbi gratia si proponesse, ch'vn lato del detto paralellogrammo fusse cinque volte più dell'altro, sarà in tal caso di mestiere operare differentemente di quel lo s'è fatto nel quadrato perfetto, cioè partire li piedi 80. per cinque, e l'auuenimento, che sarà piedi 16. toglierne da detta quantità la radice, che sarà quattro, e tanto dourà contenere il lato minore del detto paralellogrammo ricercato. hor per accertare l'altro lato del detto paralellogrammo è di mestiere partire di nuouo li piedi 80. per il lato minore, che fù ritrouato di piedi 4. e risultarà dall'operatione piedi 20, e questa sarà la quantità, che dourà contenere il lato maggiore, che dopò fatta la scaletta di piedi, e da quella tolti col compasso piedi 20. si farà à questa egua-

se la retta EC, e dalli punti E e C. s'alzaranno le due perpendicolari EB. CD. e tutte due di piedi quattro l'vna, e giun-

to BD. restarà risoluta la propositione. Il simile s'osseruarà in ogn'altra superficie di maggiore, ò minore quantità. Auertendo, che dopò saranno stati accertati i lati multiplicando l'vno con l'altro è bisogno che il prodotto s'egua gli al numero dato, altrimente l'operatione non sarebbe vera, come si vede nel detto paralellogrammo, che dopò moltiplicato vno de lati minori AB, ò vero DC. fue eguale con l'altro EC. contenẽdo l'vno piedi 4, e l'altro 20, l'auuenimento sarà piedi 80, ch'è quanto si doueua fare.

E quando fusse necessario ridurre i piedi 80. in vn cerchio, il contenuto del quale non abbracciasse più sito della quantità data si potrà similmente quello accertare, mentre s'osseruarà in tal construttione i documenti lasciati d'Archimede, ancorche l'operatione rimanghi irrationale per non esser stata sin qui

qui ritrouata la quadratura del cerchio, rimanendoui la differenza trà il cerchio, ed il quadrato di trè vndecimi, cioè il cerchio più picciolo di trè vndecimi del quadrato, nulladimeno per non ritrouarsi altra più approssimante per la risolutione della propositione s'osseruarà multiplicando la quantità data, che si dice esser piedi 80. per vno, e tre vndecimi come nell'immargine, e dell'auuenimento, che sarà 101.10. toglierne la radice, che sarà circa piedi 10, e questa sarà la quantità, che dourà hauer il diametro del detto cerchio, il quale non si allontanarà molto della quātità data, e la proua si fà cossi.

80

$1\frac{3}{11}$

80

7--3--3--3
7--3--3--3
7--3--3--3

10 1--10-0--0

Il diametro con la circonferenza è in proportione, come da sette a ventidue, moltiplicandosi dunque il diametro, che fù ritrouato di piedi 10. per la circonferenza, che si dice douer essere 22, il prodotto sarà 220. li quali ripartiti per sette, l'auuenimento sarà $31\frac{3}{7}$ e tolta la metà di detta somma, che sono piedi 15. oncie 11. per la metà del diametro ritrouato di piedi 10, la metà del quale darà pie

di 5. e multiplicata l'vna per l'altra, l'operatione risultarà piedi 79-7. come nell'immargine e sarà risoluta la propositione, restandone il circolo di oncie cinque più piccolo della quantità data, e ciò viene caggionato dalla differenza, ch'è trà l'vno, e l'altro come s'è detto.

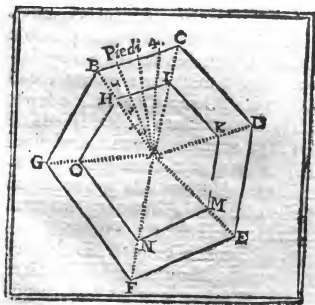
15-11-
-5-
p. 79-7-

Del modo come si possi ridurre di grande in picciolo, e di picciolo in grande, ogni sorte di disegno, che fusse posto in pianta senza rimouerlo dalle debite proportioni in esso contenute.

Proposit. LXXVII.

OCcorre il più delle volte dopò stabilito alcun disegno in piãta aggrandirlo, e diminuirlo in modo, che le proportioni assignate nella detta pianta non vengono alterate. Verbi gratiâ data la pianta irregolare B, C, D, E, F, G, è bisogno ridurla in meno spatio di quello è stata composta senza alteratione delle proportioni gia in essa assignate; che per fare questo è mestiere in primo luogo farui vn punto à caso nella detta pianta, e

fusse

fusse per esempio il punto A. dal quale si tiraranno linee morte à tutti gl'angoli contenuti nella detta pianta come rapresentano let. AB, AC, AD, AE, AF, ed AG; Hor in secondo luogo si dice debbia impicciolirsi d'vn terzo meno di quello è, conciosia che dopò ripartita vna di quelle linee tendenti al centro A. in trè parti eguali, e fusse per esempio la retta AB. che poco importa l'vna, ò l'altra, ed il terzo di quella sia BH, e dal termine H. si produrrà vna paralella alla retta BG. che sarà la HO, e dal punto O.

la retta ON. che stia paralella con la GF. e di nuouo dal punto N. si construirà la

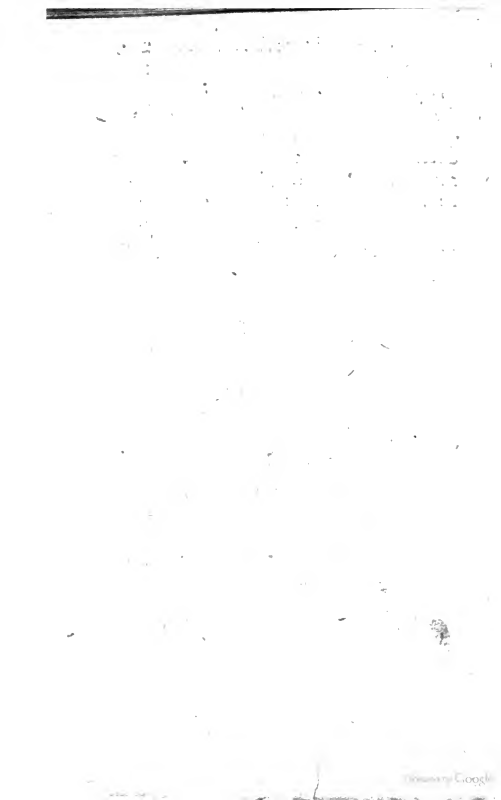
retta

retta NM. paralella alla FE, e cosi dell'altre fin che s'habbia gionto il primo termine, c'hebbe principio l'operatione che fù lett.H.e con tal operatione rimanerà risoluta la propositione.

Mà perche è anco bisogno, che essendosi impicciolita la detta pianta; che si ritroui medesimamente la scaletta di piedi, ò trabucchi proportionata alla pianta diminuita per non alterare le proportioni contenute in essa, e si dice il lato *B*C.per esempio di piedi 4. e cosi diuidendo HI. in quattro parti eguali, ogn'vna di quelle dirà vn piede, e con questa facendone altra scaleeta, quella sarà proportionata alla pianta picciola HIKN, con la quale s'haurà poi ogn'altra parte della medesima pianta, e di egual quantità l'vna all'altra, e se per caso il lato conosciuto, oltre i piedi, ò trabucchi, contenesse rotti, cioè piedi oncia per formar la detta scaletta giusta;conuerrà ricorrere alla propositione LXX.che con quella sottenerà l'intento.

Ed in luogo di ridurre di grande in piccolo bisognasse conuertirlo di picciolo in grande, sempre sarà di mestiere per base dell'operatione far il detto pũto *A*;il quale come è stato detto fù fatto à caso,e le linee c'hebbero principio ad ogn'angolo tendente ad esso, si douran-

no

no prolongare dalla parte di fuori tanto che basti, e dopò stabilito di quanto si vuol ingrandire, cioè d'vn terzo, d'vn quarto, quinto, sesto, dopò terminata la detta quantità, si construiranno esteriormente le sue paralelle nel modo s'operò nella prima operatione, e rimanerà risoluta la propositione, il tutto fondato sopra la quarta propositione del sesto di Euclide.

SECONDA
PARTE
DELLA
GEOMETRIA
PRATTICA

Digitized by Google

DISCORSI DELLA GEOMETRIA PRATTICA.

Parte Seconda.

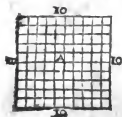
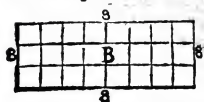
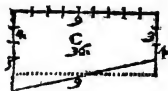
Oue si discorre del modo di ritrouare le dimentioni d'ogni superficie, e corpi, con altre curiosità concernenti alla prattica, ed vn breue trattato di Trigonometria il tutto per indrizzo del nuouo Soldato.

DOuendo al nuouo Soldato il discorso della Geometria prattica semplicemente seruire come cosa concernente all' assoluta prattica, e non altrimente è fundato di più propositioni geometriche, e con l'authorità, e dimostrationi contenute nelli 15. libri di Euclide; però à quello s'è dato fine; do-

uendo solo giouar di lume, in lo che si dourà appresso discorrere, e del modo come si potranno risoluere secondo l'occorreze, le quātità d'ogni supficie, e corpi mentre nell'esecutione quelle si douranno disporre. Però in primo luogo di questa seconda parte si dice.

Come si potrà ritrouare l'area mediante vna misura terminata d'ogni superficie piana.

Cap. I.

EXempli gratia cominciādosi dal quadrato perfetto A. per non patire in sè alcuna eccettione hauendo gl'Angoli retti, ciascheduno lato del quale contenendo in se parti 10. s'intenderanno però nell'esecutione d'ogni misura per piedi, ò tese, ò trabucchi, passo, braccio, e d'altri simili sorte di misura terminata secondo l'vso commune de Paesi, nelli quali si dourāno far simili funtioni, che per risolutione della propositione, moltiplicādo dunque l'vno lato con l'altro del detto quadrato il suo moltiplice dirà 100. parti superficiali, e tanto sarà tutta l'aria, ò sia superficie del

del detto quadrato,l'iſteſ-ſo s'oſſeruerà ànco nel quadrato oblongo B. per cauſa che ſi ſuppone ſi-milmente conſtrutto di quattro *A*ngoli retti.v.g. i lati più lunghi conteneſſero parti 8. e quelli più corti parti 3.dindi moltiplicato l'vno per l'altro reſultarãno per tutta la ſuperficie del detto quadrato oblõgo parti 24. Ma occorrendoui miſurare il

quadrato C. nel quale i due lati più lunghi fuſſero eguali in quantità, cioè ciaſcheduno parti 9. ed i lati, che formano le due teſte del detto quadrato ineguali, cioè vna conteneſſe parti 5.e l'altra 3. In tal caſo ſarà biſogno vnire detti due lati inſieme, il prodotto delli quali dirà 8.e di tal quantità preſane la ſua metà, che ſarà 4. e con tal

quantità ſi moltiplicarà con vno delli lati più grandi, i quali ſi dice fuſſero parti 9.ne auuerrà perciò che'l moltiplice dirà 36. parti ſuperficiali quantità contenuta nella ſuperficie del detto quadrato.

Modo di misurare la superficie d'ogni sorte di Triangolo.

Cap. II.

MEntre s'hà da ritrouar la quantità d'ogni superficie triangolare è bisogno star auertito in quei triangoli, ch'in se non cõtengono alcun Angolo retto, aggiustare talmente, ed in maniera che in loro si ritroui il detto Angolo retto; Il che si può conseguire mediante la perpendicolare, che si farà cadere da vno de gl'Angoli sopra la base opposta al detto Angolo, la quale necessariamente caderà dentro, ò fuori del detto triãgolo, come à suo luogo si dimostrarà.

Hora supponghisi in primo luogo il triangolo Orthogonio ABC. del quale l'Angolo B. sia retto, e che il lato AB. si ritroui di parti 8. ed il lato BC. di parti 4. non sarà dubbio veruno, che (per la 47. del primo di Euclide) il lato AC. si ritrouarà construtto di parti $8\frac{16}{17}$ ed anche ogni volta vẽga moltiplicato l'vno con l'altro lato attorno dell'Angolo retto, e del prodotto prendendosene la metà, quella sarà la quantità del detto triangolo, cioè il lato AB. si dice contenere parti 8, ed il lato BC.

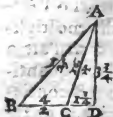
quat-

quattro, il loro moltiplice dirà 32. la metà del quale sarà 16. quãtità di tutta l'aria del detto triangolo, ancorche per altra via si potrà quella ritrouare cõ meno fatica, mentre presa la metà di vno delli lati attorno l'Angolo retto, e quella moltiplicata per il valore dell'altro s'haurà la medesima quantità. v. gratia il lato AB. contiene otto parti, la sua metà sarà 4. la quale moltiplicata con il lato BC. di parti 4. il suo moltiplice pur dirà 16. ò verò la metà del lato BC. è due, che moltiplicato con il lato AB. di parti 8. anco dirà parti 16. ch'è quanto si doueua conseguire.

Per ritrouar la quantità dell'aria del triangolo Scaleno:

Cap. III.

IN questa operatione è bisogno ricorrere alla 12. propositione del secondo di Euclide per posser ritrouare la quantità della perpendicolare AD. Il che si conseguirà, mẽtre conosciuti i lati del triãgolo scaleno ABC. cioè AB. di parti 5. AC. di parti 4. e BC. di parti 2. hor moltiplicato in se il lato AC. il suo moltiplice dirà parti 16.

ti 16.e similmente il moltiplice di BC.sarà 4. che vnite le due quantità assieme ambi diranno parti 20. In oltre il moltiplice di AB. sarà anche parti 25. dalle quali abbassato il moltiplice delli due lati AC.e CB. che si ritrouorno di parti 20. rimaneranno di residuo parti 5. Il qual residuo anco partito per il doppio di CB. che saranno parti 4. risultarà quantità spettante al prolongamento della base BC. in CD. per congiungersi con la perpendicolare AD. acciò con tal operatione venga constituito nel detto triangolo l'Angolo retto ADB.

parti $1\frac{1}{4}$

Hora ricorrendosi alla 47. del primo di Euclide, mētre s'hà la cognitione delli due lati AC.e CD. ritrouaremo anche con tal mezzo la quantità della perpendicolare AD. cioè il quadrato, che fusse constituito del lato AC.direbbe 16. parti, ed il quadrato prodotto della quātità di CD. di parti $1\frac{1}{4}$ è bisogno che sia parti $1\frac{2}{3}$ la qual quantità sottratta dal quadrato di AC.di parti 16. restarà di residuo $14\frac{1}{3}$ la radice del quale sarà parti $3\frac{3}{4}$ e tanto è necessario, che sia la perpendicolare AD. per il che moltiplicata detta per-

perpēdicolare per la metà della base *B*C. che si ritrouò di parti 2. la qual metà sarà vno, il moltiplice ò vero la dirà parti $3\frac{3}{4}$ metà della perpēdicolare di parti $1\frac{5}{6}$ in circa per il lato BC. di parti 2. pur dirà il suo moltiplice parti $3\frac{3}{4}$ e tanto si conchiude douer essere tutta l'aria del detto triangolo AB*C*.

Mà passando ad altro esempio, e venēdo proposto il triãgolo scaleno ABC. nel quale la perpendicolare AD. cada dentro il triangolo è di bisogno ritrouare l'aria del detto triangolo, quale viene composto di trè lati conosciuti, cioè AB. di parti 5. BC. di parti 6. ed *AC*. di parti 3. dalla qual certezza. In primo luogo si ritrouarà la quantità della perpendicolare *A*D, acciò con tal quãtità si possi peruenire alla cognitione di tutto il detto triangolo, nel qual caso si supponerà le dette parti siano piedi di oncie 12. per ciaschedun piede; e questo per maggiormente facilitare l'operatione, e fuggire i numeri rotti, che nell'esecutione potessero nascere, di maniera che ridotta la quantità di AB. in oncie, il prodotto sarà oncie 60. BC. 72. ed AC. 36.

In secondo luogo di nuouo fà di me-

stiere

stiere ricorrere alla 12. propositione del secondo di Euclide, cioè moltiplicato il lato BC.per se stesso, il suo quadrato dirà oncie 5184.e similmente moltiplicato il lato AC. per se medemo , risultarà il suo quadrato 1296. le quali quantità vnite assieme , il prodotto sarà oncie 6480.In oltre il lato di AB.essendo composto di oncie 60. il suo quadrato dirà 36000. la qual quantità abbassata della somma di 6480. quantità peruenuta delli due lati BC. ed AC. il rimanente sarà oncie 2880.il qual residuo ripartito per il doppio della quantità del lato BC, che sarà 144. il prodotto dirà oncie 20. quantità spettante per la parte CD.e termine di doue è necessario calchi la perpendicolare AD. sopra la base BC. in pūtoD.hor per la 47. del primo restando noto DC,ed AC.con tal cognitione fà bisogno accertarsi della quantità della detta perpendicolare AD, cioè il quadrato di AC. si ritrouò essere oncie 1296.e ritrouatosi anco DC. di oncie 20. il suo quadrato dirà 400. il quale sottratto dal quadrato di AC. di oncie 1296. il residuo sarà 896. dal qual numero si toglierà la sua radice,la quale sarà oncie 29. quantità ch'aspetta alla

alla detta perpendicolare AD.
Hora per assicurarsi dell'aria, ò sia superficie del detto triãgolo *A*B*C*. non occorre altro, ch'è di moltiplicare la quantità della perpendicolare con la metà del lato BC. l'auuenimento dell'operatione saranno le oncie quadre, che conteneră la detta superficie; e d'altro modo la metà della perpẽdicolare con tutto il lato BC. che l'vno, ò l'altro modo pur produrrà vna quantità simile. v. g. la perpendicolare AD. si ritrouò di oncie 29. e la metà del lato BC. dirà 36. il moltiplice che risultarà da queste due quantità saranno oncie 1044. superficiali, le quali ripartite per le 144. oncie, che contiene anco il piede superficiale, il prodotto risultarà similmente piedi superficiali $7\frac{3}{13}$ Auertendosi ch'ogni volta, che si dice piedi superficiali quelli s'intẽderãno il moltiplice delle due quantità peruenute dalla moltiplicatione, e quando si dirãno lineali si dourãno intendere simplicimẽte ꝑ numeratori della cosa proposta; In oltre i piedi cubi sarãno quelli, che vẽgono terminati da trè numeri, e quanto si dice del piede s'intenderà d'ogn' altra misura di più, e meno valore; Exempli gratia. Il piede lineale è composto di 12. oncie in lunghezza solo; Il superficiale, perche hà in se due qualità, cioè lũghezza, e lar-
ghezza

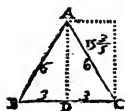
ghezza di oncie 12. ciascheduna parte il suo quadrato, ò sia moltiplice. dirà 144. ed il cubo, perche è bisogno veghi composto di trè qualità, cioè di larghezza, lunghezza, ed altezza, il moltiplice sarà oncie 1728.

Il modo per ritrouare l'aria della superficie trilatera equiangola ed equilatera.

Cap. IV.

Sia la data superficie ABC. la quale hà ciascheduno de suoi lati per esempio di parti 6. In primo luogo è di mestiero sapere la quantità, che contiene la perpendicolare AD, nel qual caso ricorrendosi alla 47. propositione del primo di *E*uclide si haurà l'intento, cioè cadendo la perpendicolare dall'Angolo *A*. sopra il lato BC. non è verun dubbio, che per esser il triangolo Isoscelle detta perpendicolare diuiderà la BC. in due parti eguali in punto D. che per essersi supposto ogni lato della detta figura di parti 6. rimaneranno perciò per la parte BD. parti 3. ed altro tanto per l'altra parte DC. hor il quadrato di BD. ò vero DC. suo eguale dirà parti 9. ed il moltiplice del quadrato, che si produrrà del lato A*B*. ò vero AC. che

per

per essere simili poco importa l'vno, ò l'altro sarà parti 36. dalle quali abbassatone il quadrato di DC. il residuo sarà 27. dalla qual quantità presane la radice quella di- rà parti $5\frac{1}{3}$ e moltiplicata tal quantità con la metà del lato BC, che si dice essere trè parti, il prodotto dirà $5\frac{3}{51}$ e tanto è necessario, che contenga detta superficie.

Per ritrouare l'aria della superficie. che fusse in forma di rombo.

Cap. V.

Questa tal propositione non s'allontana molto dall'antecedente; poiche viene constituita di due triangoli equilateri, ed Isoscelli dalli quali producendosi la perpendicolare AC. quella sicuramente tagliarà il lato BD. in pūto E, il quale si supponerà eguale ad vn delli lati della detta figura, che p esēpio si diranno contenere ciascheduno parti 4. di modo che la quantità di BE, ed ED, à parte dirāno piedi 2. hor (per la 47. del primo di Euclide) il moltiplice di ED. ò vero BE. per essere frà loro eguali sarà 4.

parti,

parti, ed il moltiplice di vno delli lati della detta figura, che poco importa l'vno ò l'altro per essere anco egūali dirà parti 16. dalla qual quantità sottratto il prodotto di BE. che il moltiplice si ritrouò di parti 4. rimanerāno di residuo parti 12. la radice del quale necessariamēte dirà $3\frac{1}{2}$ e tanto si conchiude douer essere la metà della perpendicolare AC, e tutta insieme summa parti 7. hora detta quantità moltiplicata con la metà di BD. che fù stabilita di parti 4. BE. ò vero ED. è bisogno ne contenghi ciascheduna due, il moltiplice dell'vna, e dell'altra delle dette quantità, cioè AC. di parti 7. in BE. di parti 2. l'auuenimēto sarà parti 14. e tanto si deue conchiudere douer essere la quantità della proposta superficie, mentre contiene in se parti 4. per ciascheduno de suoi lati;

Auertendo quello s'è detto di picciolo numero, e parti si deue anco intendere in occasione di maggior numero, come sarebbe di piedi, trabucchi, tese, ed altre simili, douendosi però in simil occasione per maggior facilità ridurli in oncie per fugire i rotti di detti numer.

Per

Per ritrouare l'aria delle figure trapezze; ò sian romboide.

Cap. VI.

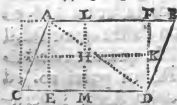
IN due modi si può peruenire alla cognitione di queste tali figure, Exempli gratia dato vn pezzo di terra ABCD. in figura romboide, la quantità dell'aria, ò superficie della quale sarà di bisogno accertar; In tal caso secondo la prattica. In primo luogo è necessario auualersi del quadro, il quale è vn certo instrumento come lett. E. in rilieuo, e lett. F. in pianta, che l'agrimensori si seruono in si fatte occasioni per misurare ogni sorte di superficie irregolare, e si construisce ò di legno, ò di metallo di figura sferica, ò vero quadrata; restando vacuo, e di diametro da due à quattro oncie, e quãto più si farà maggiore, di tanta più giustezza, e sicurezza riuscirà da quello l'operatione, il qual quadro sarà tagliato giustamente in quattro Angoli retti come nella pianta F. dimostrano i numeri 1. 2. 3. 4. e nel rilieuo.

rilieuo.5.6.7.e da molti viene coſtumato diuidere anco detti Angoli retti per metà chiamandoli diagonali. Auertendo che'l taglio, ò ſian fiſſure.5.6.7.come moſtra il rilieuo,non eccedino di larghezza quãto la ſpeſſezza d'vna carta da giocare;purche per eſſe poſſi paſſare il raggio dell'occhio, e ſcoprire la coſa, che deue ſeruire di termine ; ed è quanto biſogna far in larghezza tanto le maggiori quanto minori fiſſure,inducendolo in modo che nel piede mercato di lett. G, il quale ſi farà alto due dita in circa di dẽtro per il quale ſi poſſa affigere vn baſtone d'altezza quanto da trè à quattro piedi in circa con vn ferro da capo per maggiormente poterlo piantare in terra;hauẽdo l'occhio, che quando ſarà piantata ſtia il più ſarà poſſibile à piombo, ò per dir meglio perpendicolare, e dritto.

Hora dopò l'eſecutione di tal inſtrumento biſogna prouederſi d'vna mezza

don-

donzena di picciole bachette della grosſezza di un deto, che ſiano dritte il più ſi potrà, e ritrouãdoſi canne ſarebbero più proprie ꝑ tal effetto, in teſta delle quali ſtà di meſtiere applicarſi quattro deta in circa di carta biãca, e dall'altro capo ridurle in pũta per poterle piantare ſecondo il biſogno, e con tal eſecutione ritrouato il mezzo della figura, ch'in queſto eſempio ſi dice eſſere lett. H. Iui piantato il quadro, e per dette fiſſure riguardando, e rimouendo tanto l'inſtrumento in maniera ch' vna fiſſura babbi termine verſo IK. e ſenza rimouerlo riguardando per l'altra; dia il termine LM. ſtando però auertito, che detti termini ſi approſſimano più che ſarà poſſibile nelli punti IKLM. à ciaſcheduno de quali ſi piãtarà vna delle dette bachette, nel qual modo hauremo ridotta la detta figura nel ſuo centro H. in quattro Angoli retti, e (per la 36. propoſitione del primo) ripartita in quattro paralellogrammi, cioè HA. HB. HC. HD. che per eſſere nel mezzo di due paralelle AB. CD. ſaranno eguali al paralelligrammo ABCD. per il che miſuranno la retta IK. dindi la retta LM, e moltiplicata l'vna con l'altra quantità, il loro moltiplice ſarà la quantità della detta figura, cioè IK. di parti 10. ed LM, 6. tutta l'aria della detta ſuperfi-

cie è bisogno rimanghi parti 60.
Il secondo modo per ritrouar l'aria di detta superficie ci auualeremo dell'ordine, che ci siamo seruiti nelli triãgoli verbigratia della data superficie ABCD.cõstituendonosi le due perpendicolari AE, e DF.le quali caderanno l'vna sopra il lato CD.in punto E, e l'altra nel lato AB. in punto F.supponendosi AC, e BD.di piedi 6.oncie 4.AB. di piedi 10, e d'altro tanto il lato CD. In oltre giungendosi AD. la quale fusse anco di parti 10. e che poi si debbia ricorrere alla 12.propositione del secondo di Euclide, la quale, per non essere stimato prolisso, nõ si repiloga vn'altra volta essendosi ampiamente dichiarata nel terzo cap. mentre s'è discorso, del metodo per ritrouare la superficie de triangoli, nè risulta da ciò, che'l lato CD. verrà secato dalla perpendicolare AE.in punto E, e discostandosi dal punto C.piedi 2, e d'altro tanto si dice per modo di essempio essere la BF.che mediante la cognitione delle due lati AC.di piedi 6.oncie 4.e di CE. di 2. piedi con l'aggiuto della 47. propositione del primo risulterà per la perpendicolare AE. piedi 6. hor il lato CD. dal quale la CE. seca due parti rimanerãno di resto per la ED. parti 8.ed altro tãto

A L F B
I H K
C E M D

to la parte AF. nel qual modo haueremo constituito li due triangoli ACE,e DBF. con il paralellogrammo AFDE. hauendo i loro lati conosciuti.

Per il qual effetto douendosi ritrouare la quantità d'ogni loro superficie non è verun dubbio,che la superficie del triãgolo ACE. per essere construtto il lato CE.di due piedi, ed AB. anco di piedi 6. dirà piedi 6. cioè la metà del lato AE. si dice esser piedi 3. che moltiplicato per la parte di CE.di piedi 2.pur dice piedi 6. e tanto deue cõtenere la superficie dell'altro triangolo DBF. per essere a questo eguale; in oltre le due rimanenti parti di AF.ed ED. rimansero di piedi 8. per ciascheduna, l'vna delle quali moltiplicata con il lato AE. ò vero sua simile FD. ritrouati di piedi 6. ed il suo moltiplice è bisogno sia piedi 48.a i quali aggiuntaui la quantità delli due triangoli ritrouata anco di piedi 12. tutte assieme summaranno piedi 60. che è quanto si doueua conseguire in detta operatione.

Ma passando ad altro esẽpio,nel quale si possi supporre di misurare vna superficie multilatera A,B,D,E,F,G. In primo luogo è di mestiere seruirsi per base, dell'operatione del lato maggiore della detta superficie,V.gratia BD.riconosciuto,si ritrouarà in lunghezza trabucchi 7.e piã-

tato il quadro in pũto B. ed vna bachettina con carta biancha in punta al termine D.dindi aggiuſtato vno de traguardi verſo il detto termine D. ſenza rimouer da tal poſitura il detto quadro, e riguardandoſi per l'altra fiſſura, la qual venga a terminare in pũto G. nel cui termine di nouo s'applicarà altra bacchettina,e dopo miſurato dal termine B.in G. ſiaſi ritrouata tal lunghezza di trabucchi 4.di nuouo nel termine B, e in luogo del quadro applicandoſi altra bacchetta ſi riportarà il quadro in luogo della bacchettina che ſi piantò in punto G. acciò aggiuſtato di nuouo il traguardo del detto quadro verſo B, e ſenza rimouerlo volgendoſi all'altra fiſſura è di meſtiero quella vengha a terminare nel punto E. ed in difetto del detto prefiſſo termine, oue anco ſarà piantata altra bacchetta bisognarebbe in tal caſo traſportare il quadro ſcorrendo ſempre ſopra la retta BG. etiandio di ſotto il termine G. purche non ſi dilataſſe dalla drittura di GB. ſin tanto il traguardo ſcorgeſſe il termine E.come ſi ſuppone, che ſia come marcano le lett.GE. e quella dopò miſurata ſia anco ritrouata di trabucchi 4. hor riportando il quadro

dro in punto E. ed in suo luogo rimessa di nuouo la bacchetta, ed aggiustato il traguardo sopra la retta *E*G. non è dubbio veruno, che l'altro traguardo andarà a terminare in punto *C*. in maniera che la quantità di EC, e CB. necessariamente restaranno eguali alla BG.GE. per causa s'è per tal operatione constituito vn quadrato perfetto BCEG. nel quale quando verranno moltiplicati l'vno per l'altro lato è di bisogno, che la superficie contenuta nel spatio del detto quadrato sia trabucchi 16. superficiali rimanendo ancora d'accertarsi la quãtità delli triãgoli *A*BG.CDE, e GEF.

Per il che mentre si traportarà il quadro sopra la retta BG. ed aggiustato in modo il detto quadro, che'l traguardo scopri i due termini BG, e scorrendo in sù ed in giù fin a tanto l'altro traguardo scopra il termine *A*. nel qual sarà piantata altra bacchetta, il che seguirà ogni volta venghi piantata in punto H, e dopò misurato HB. si ritrouarà di trabucchi vno, la qual quantità abbassata dalla tutta BG. di trabucchi 4. restaran per la parte HG. trabucchi 3. indi essendosi anco misurato AH. quella ritrouata di trabucchi $2\frac{1}{2}$ hor moltiplicato AH. per la metà di BH. il suo moltiplice dirà trabucchi 1. p. 1. oncie 6. e tanto sarà

la superficie del triangolo ABH. similmente moltiplicato vno delli lati del triãgolo AHG, per la metà dell'altro lato di detto triãgolo, cioè la metà di GH. che sarà trabucchi 1.p.3.oncie o. per il lato di AH. di trabucchi 2.p.3. oncie. o. il prodotto dirà trabucchi 3.4.6. In oltre ritrouãdosi il lato BD. di trabucchi 7. dal quale sottratti trabucchi 4. della quantità di BC. restaranno per la parte CD. trabucchi 3. e l'altro lato del triangolo CDE. cioè CE. fù ritrouato di trabucchi 4. i quali moltiplicati l'vno per l'altro diranno 12. la metà di tal numero sarà giustamente la quantità della superficie del detto triangolo CDE. hor il triangolo GEF. ha il lato GE. di trabucchi 4. ed EF. di trabucchi 1.p.3. oncie. o. che moltiplicata l'vna per l'altra quãtità, ll moltiplice sarà trabucchi 6. e tolta la metà da tal quantità il residuo dirã trabucchi 3. quantità dell'aria del detto triangolo, ed in tal forma rimanerà conosciuta tutta l'aria della detta superficie multilatera.

Hor per maggiore facilità dell'operatione fa bisogno constituire tante caselle, quante operationi si deuono fare mẽtre si andarà riducẽdo detta figura multilatera in quadrati, e triangoli rettãgoli, come si vede notato per il quadrato BCEG.

BCEG. ed i triangoli ABH, AHG, GEF, e CDE. In maniera che bisogna construire le cinque caselle, che si vedono qui sotto notate con lett. IKLMN, oue in capo è notato lũghezza, larghezza, e moltiplice, nelle quali è di mestiero, oue dice lunghezza marcare tutte le lunghezze, ogn' vna separata dall'altra, e così similmente si eseguirà delle larghezze, v.g. il quadrato BCEG. per essere composto di lunghezza, e larghezza eguale s'applicarà la sua quantità nella casella marcata di lett. I. cioè trabucchi 4 per ciascheduna casella, e nella colonna che segue, oue dice moltiplice il prodotto di queste due quantità, che si ritrouò di trabucchi 16. e così d'ogn' altra operatione contenuta in detta figura, ancorche nel principio di questa prima parte si sia detto, che'l trabuccho si douesse partire in piedi noue

	Lunghezze trabucchi	*Larghezze trabucchi*	*moltiplice Trabucchi superficial.*
I	4.0.0	4.0.0	16.0.0
K	2.0.0	0.3.0.	1.1.6
L	2.0.0	1.3.0	3.4.6
M	3.0.0	2.0.0	6.0.0
N	2.0.0	1.3.0	3.0.0
			trab. 30.0.0

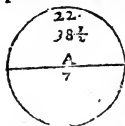
manuali, l'Agrimẽsori per facilitar maggiormente le loro operationi diuidendoli in piedi sei detti liprandi, come si osserua nel cui esempio di oncie 12. per ciaschedun piede, che vagliono oncie 72. come si fusse ripartito il detto trabuccho in piedi 9. valutasi ciascheduno di oncie 8. che pur fanno oncie 72. come si dimostrò, che compita l'operatione si summarà ogni moltiplice insieme con il prodotto, che sarà trabucchi 30. come il tutto si vede notato sotto la casella di detti moltiplici.

Per accertarsi dell'aria del Circolo.

Cap. VII.

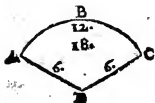
QVesta propositione si potrà risoluere per approssimatione, e non per cosa accertata per non essersi ancora fin quì hauuta veruna cognitione della quadratura del circolo; nientedimeno per quanto ne risulta dalli documẽti lasciati d'Archimede, si dice, che moltiplicatò il diametro del circolo per trè, e dun settimo, l'auuenimento sarà tutta la circonferenza, e dopò presa di tal quantità la metá, e quella moltiplicata per la metà del diametro, il prodotto sarà il valore di tutta l'aria del detto circolo, exempli gratia

sia

sia dato il circolo A. Il diametro del quale contenga parti 7. le quali moltiplicate per $3\frac{1}{7}$ il prodotto sarà parti 22. din parti di presa da tal quãtità la metà, che sarà piedi 11. e quelle moltiplicate per la metà del diametro, che saranno anco $3\frac{1}{2}$ il moltiplice parti di tal quantità dirà $38\frac{1}{2}$ e tanto fà di parti mestiero, che sia tutta l'aria del detto circolo, che per non esserui altra dimostratione più sicura restarà risoluta la propositione.

22.
$38\frac{1}{2}$
A
7

Come si debbia ritrouare l'aria d'una portione Circolare.

Cap. VIII.

SVpponendosi per esempio la portione circolare ABC, e che AD. fusse il semidiametro di questa, e che la portione circolare contenesse parti 12. ed il detto semidiametro parti 6. e moltiplicata la metà dell'vno per la metà dell'altro, l'auuenimento sarà il contenuto della superficie delli settori, e della circonferenza

v.gra-

v.gratia la portione circolare contiene parti 12. la metà della quale dice parti 6. ed il ſemidiametro, che ſi ſuppone di parti ſei, la ſua metà dirà parti trè; In maniera, che moltiplicato trè via ſei fanno 18. e tanto dourà eſſere l'aria della detta ſuperficie.

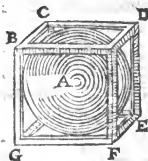
Mà quando ſi doueſſe rirrouare il ſupplimento della detta circonferenza è biſogno per l'antecedente ritrouare l'aria di tutto il circolo, e della quãtità di quella abbaſſarne la quantità ritrouata; Il rimanente dirà la quantità del ſupplimento della detta ſuperficie, e reſtarà terminata la propoſitione.

Per ritrouare la quantità contenuta nel corpo sferico.

Cap. IX.

SVppoſto per eſempio vn corpo sferico, il quale conteneſſe di diametro piedi 4. ed eſſendo biſogno accertare la quantità, che reſta compreſa nella circõferenza del detto corpo, è meſtiere. In primo luogo cubare il detto diametro, cioè quattro via quattro fanno 16. & 4. volte 16. dicono 64. la qual quãtità moltiplicata vn'altra volta per vndici, l'auuenimento ſarà 704. che ripartita per vinti

vno

vno aſpettarà 33. piedi cubi, ed vndici vintiuno eſſimi di piedi, e tanto diremo douer contenere il detto corpo sferico; però per approſſimatione reſtando l'operatione irrationale; atteſo ſin quì non è ſtata ancor nota la quadratura del cerchio come è ſtato detto, e che ciò ſia il vero ſupponendoſi vn corpo quadrato BCDEFG. che ciaſcheduna ſua faccia conteneſſe piedi 4. non è dubio veruno, che nel vacuo di eſſo capirebbe il corpo sferico propoſto A, ed ancora reſtarebbe di vacuo il ſpatio cōtenuto nelli Angoli B, *C*, *D*, E, F, G, che detto corpo sferico non hà potuto riempire, e da queſto ſi viene à verificare, che il detto corpo quadrato reſta maggiore in quantità, ch'il corcorpo cōtenuto dal sferico.

4	16	64
4	4	11
16	64	64
		64
		704

$21)\ 704\ (33\tfrac{11}{21}$

07
1
1

Mà quando la curioſità obligaſſe di ricercarne più particolarmente la differenza trà l'vno, e l'altro, la proua ſi potrebbe far in queſtó modo;

do;

do; cioè pigliar vna palla di vetro, ò di qualch'altra coſa, e che fuſſe vacua, e riẽpita d'acqua quanto potrà capire, e dopò hauer vn vaſo di legno, ò altra coſa, però di forma quadrata nel quale venghi applicata l'acqua, che fù poſta nella palla rotonda, e dopò miſurar la lunghezza, e la larghezza della ſuperficie dell'acqua, e moltiplicata l'vna per l'altra quantità, e del prodotto moltiplicata di nouo per l'altezza, che ſi ritrouarà hauer la detta acqua, che fù poſta nel vaſo quadro, l'auuenimento ſarà il contenuto di tutto il corpo sferico; però di quantità minore di quello è contenuto nel cubbo quadrato, che ſi ſupponeua di quattro piedi à ciaſcheduna delle ſue facciate; e perche forſi ſarebbe non poca difficultà ritrouare vn vaſo rotondo tanto grande, che il piede, ò pãlmo effettiuo poteſſe verificare le lunghezze, larghezze, ed altezze, cõuerrà in luogo del piede ſeruirſi dell'oncie cõtenute nel piede; in difetto delle quali, de i pũti, ed in difetto di q̃lli dell'attomi, e per tal via verrà riſoluta la ꝓpoſitione.

In maniera, che per non eſſerſi ſin qui verificata altra operatione più appreſſimante alla verità, ch'è l'operatione ſudetta non è dubbio, che per via di queſta perueniremo anche alla cognitione del contenuto d'ogn'altra miſura sferica;

Exem-

Exẽpli gratia egli è vna scala fatta à cociola, ò sia à lumaga, la quale, secondo il stile ordinario, se suole misurare voto per pieno, ed hauesse v.g. piedi 8. di diametro; Il quadrato del quale dirà piedi 64. che moltiplicati per vndici, l'auuenimẽto sarà 704. Il qual numero ripartito per 14. risultarã- no piedi $50\frac{4}{14}$ Il quale rotto vale due settimi; hor supponẽdosi l'altezza della detta scala di piedi 40. la qual altezza di nouo moltiplicata per li pie di $50\frac{2}{7}$ la somma sarà di piedi 2011: in circa, che ridotti in trabucchi quadri di piedi 9. p ogni verso ascẽderà à trabucchi $24\frac{66}{81}$ Il qual rotto può valere piedi 7: in circa, di modo che tutto il massiccio della detta scala si potrebbe pagare per trabucchi 24. piedi 7. come si vede dall'operatione seguita nell'immargine; Il simile stile si suol tenere nel misurare pozzi, torri, ed altre cose simili.

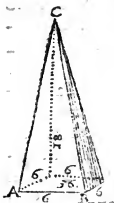
```
 8-     64-
 8-     11-
----   ----
64-     64
        64
      ------
       7 0 4          4
 14|   0 0 /4 |50 ---
                     14
    ------------
            2
       50  ---
            7
       40
    -------
    2000
       5--5--8
       5--5--8
    -----------
    2010-11-4

 81 | 2011  (24 67/81
     39/ 6 7
```

Como

Come douranno esser misurate le piramidi, ò coni.

Cap. X.

SVpponendosi per essempio la piramide quadrata ACB. la base della quale AB.per ogni verso si ritrouasse di piedi 6. e d'altezza di piedi 18. In primo luogo è bisogno ritrouare la quantità della superficie della base, la quale s'haurà moltiplicandosi vno lato per l'altro,cioè sei via sei fanno 36.la qual quantità moltiplicata di nouo per il terzo dell'altezza, che sarà piedi 6.l'auuenimento è 216. che ridotti in trabucchi di piedi 9.per ogni uerso diranno trabucchi 2. piedi 6. ed in caso la detta piramide si ritrouasse di figura sferica,ò sia cono sarà di mestiero accertare la sua circonferenza attorno della base, e di quella ritrouarne il suo quadrato; e del prodotto moltiplicare con il terzo dell' altezza come di sopra, e l'auuenimento sarebbe il contenuto del detto cono, e se

per

6- 36
6- 6
36- 216.

216
81 | 2 $\frac{54}{81}$
54

per forte fusse di mestiero, che detta piramide douesse seruire per accuchia di qualche campanile, ò torre, e bisognasse coprirla di ferro bianco, ò altra cosa simile, che per non esser ingannato dall'operarij fusse necessario aggiustare il prezzo à tanto il piede quadro; In tal caso dopò conosciuta la circonferenza della sua base, quella si moltiplicarà per il terzo dell'altezza, che contenerà detta accucchia, e l'auuenimento saranno i piedi cõtenuti attorno della detta superficie; e secondo il prezzo fatto ciascheduno di quelli si dourà pagare, e restarà resoluta la propositione.

Dato un uaso maggiore, e un'altro minore saper la quantità, che contenerà il maggiore dalla quantità del minore.

Cap. XI.

EXempli gratia è la botte A. la quale è bisogno sapere quante volte potrã capire nel suo vacuo il contenuto del barile P. per risoluere questa propositione la prima cosa è di mestiere accertare la commune

mune delli diametri tanto del grande, quanto del piccolo, ed il grande nella parte più stretta fusse cōposto di piedi 5. e nella più larga di piedi 7. ambi queste due quantità diranno piedi 12. la metà della qual somma, che sarà la commune dirà piedi 6. similmēte il picciolo nella parte più stretta fusse piedi $2\frac{1}{4}$ la maggiore piedi $3\frac{3}{4}$ vnite insieme sommano piedi 6, la metà, che sarà piedi trè, sarà la commune; e dopò veder quāte volte entrarà nella commune del grande, che si ritrouò di piedi sei, e trouo che entra due volte, e quadro questa quantità, cioè moltiplico due via due, che fanno 4. e scritto à parte come nell'Immargine; In oltre è bisogno vedere la lunghezza dell'vno quante volte entrarà nella lūghezza dell'altro, e trouo il grande di piedi 8.

la commune dell a botte grande e piedi—6-
la commune del barile, e piedi ———3-
la quale entra due volte ed il quadrato di tal quantità dirà—4-

ed

ed il picciolo di piedi 4.in maniera che'l picciolo entrarà due volte nella lũghezza del grande, e questa lunghezza moltiplicata di nouo col quadrato delli piedi 4. che si misurò à parte ambi dirãno piedi 8.e tante misure picciole capirà il vacuo della botte più grande, l'istesso s'osseruarà in ogn' altro vaso; Auertendo ch' ogni volta i vasi si ritrouassero ciascheduno nelle sue parti di larghezza eguale non occorre far commune; mà semplicemente vedere l'vna larghezza quante volte può entrare nell'altra, ed il simile nella lunghezza, ed osseruandosi il metodo di sopra accennato,restarà risoluta la propositione.

Come si possi accertare l'aria d'ogni figura multilatera regolare.

Cap. XII.

PEr esempio è bisogno sapere quãti trabucchi,ò passi quadrati cõtiene in se la superficie della figura pentagonale ABCDE. attorno la quale ogni suo lato contenesse trabucchi 80.In primo luogo è di mestiere ritrouare la quantità della perpendicolare GF. che secondo il modo pratticheuole s'haurà con facilità sì nel pen-

tagono, come in ogn' altro poligono di maggior lati, mediante la seguente osser-uatione in tutte l'operationi, che sarà d'osseruare per regola accertata supposto il lato AB. di qualunque poligono di sei parti eguali, e di quelle assignarne tã-te al semidiametro AF. quanti lati, e quã-t'Angoli dourà esser formata la detta figura, la quale secondo la propositione per esser pentagona aspettaranno al semidiametro AF. parti cinque nel modo, e forma è stato detto alla propositione LXXI. della prima parte di questo; hor essẽdo il triãgolo AFB. Isoscelle, è dal pũto F. cadendo la perpendicolare FG. sopra la base AB. è bisogno resti diuisa detta base per metà, secondo la decima del primo di Euclide. In maniera AB. supposta di parti sei aspettarà à ciaschedũna delle due parti AG, GB. parti 3. e così restã note due quãtità, cioè AG. di 3. parti, ed AF. di cinque simili, e resta base dell'Angolo retto G. che secondo la 47. del primo di Euclide il suo quadrato sarà eguale alli quadrati di AG, e GF. mà il quadrato di AG. contiene parti 9. ed il quadrato di AF. 25. dal quale abbassato il quadrato di AG. di parti 9. il reli-

residuo dirà parti 16. la radice del quale sarà 4. e tanto dourà essere la perpendicolare GF. mà si dice esser cōposta l'AB. di trabucchi 80. la metà, che sono 40. s'assignaranno alla parte AG, ò GB. sua simile, e con regola del trè dicendo, se AG. contiene parti 3. e danno trabucchi 40. che mi donarà GF. composta di parti 4. seguita l'operatione come nell' Immargine risultarà per la perpendicolare GF. trabucchi $53\frac{1}{3}$ e moltiplicata detta quātità per la metà di AB. che sono trabucchi 40. l'auuenimento sarà trabucchi quadri 2133. p. 2. e tanto diremo contenere tutto il triangolo AFB. E perche la figura pentagona è composta di cinque triangoli simili è bisogno moltiplicare l'auuenimēto del detto triangolo per cinque, ed il prodotto sarà trabucchi 10666. piedi. 4. e tanto si deue concludere sia tutta l'aria della superficie della detta figura pētagonale, e sarà risoluta la propositione; l'istesso modo s'osseruarà in ogn'altra figura di più Angoli; auertēdo solo di supporre per regola generale il lato di sei

3-40-4
4
160
$53\frac{1}{3}$

$53\frac{1}{3}$
40
2120
13-p.2.
2133-2
5
10666-4

parti, ed il ſemidiametro cõpoſto di tante parti, quanti lati, ò vero Angoli ſarà compoſta la figura, che ſi vuole ſapere il contenuto della ſua aria.

Come ſi poſſi accertare l'Aria di qual ſi ſia ſuperficie piana per uia di giuſto peſo, oue il ſito non permetteſſe miſurar quelle per uia ordinaria.

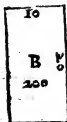
Cap. XIII.

PEr riſoluere la propoſitione la prima coſa è meſtiero ritrouar vn cartone de più fini, che ſia poſſibile, e quello tagliare in due parti, e nell' vna di quelle diſegnar con le ſue debite propotrioni la pianta, tipo, ò altra coſa ſimile della coſa, che ſi propone di miſurare, e dopò perfettionato con eſattezza il detto diſegno, verrà quello tagliato, e contornato giuſtaméte attorno attorno, dopò poſto in vna parte della bilancia, e nell'altra, l'altra metà del cartone tagliandolo, ed aggiuſtandolo ſempre ad Angoli retti tante volte, ſin tanto s'aguaglia in equilibro con la parte, oue fù diſegnata la detta pianta.

Ciò ſeguito ricorrendo alla ſcaletta che ſerue di limito alle proportioni concernenti al propoſto diſegno, e da quella riconoſciute le larghezze, e longhezze di

detto

detto cartone in bianco ridotto in forma quadra,ò quadro oblongo,che poco importa,pur che la construttione rimanga ad Angoli retti per maggior facilità si potrà con tal cognitione risoluere la propositione.

Exempli gratia supponendosi il disegno A. fusse la pianta di qualche Città,ò vero tipo di qualche territorio,ed il quadro oblongo B.l'altra parte del cartone in bianco aggiustato come di sopra, il qual riconosciuto dalla scaletta, che serue di proportione in lūghezza piedi 20. ed in larghezza piedi 10.simili, e dopò multiplicata la larghezza cō la lūghezza, il prodotto sarà piedi 200. e tanto si dice esser la superficie ricercata, che il sito nō pmetteua di poter misurare la sua Aria.

Ed ancorche l'operatione venga mecanicamente dimostrata; nulladimeno per esser l'inuētione curiosa non hò volsuto mancare d'accennarla in questa geometria prattica à beneficio di chi se ne vorrà seruire senza togliere il merito a chi ne fù l'authore.

Come si debbia conseguire la misura della facciata d'un muro ordinario.

Cap. XIV.

NOn sarà di men profitto al nuouo Soldato intendere il modo come si debbia procedere alla misura delle muraglie, e di quelle ritrouarne le loro quantità tanto superficiali, quanto cube; acciò occorrẽdo disporre qualche opera tanto di muro quãto di terra, e fascina possi di quello far calculo, ed accertarsi della spesa, che v'andarebbe per l'esecutione di essa; ma perche è bisogno accomodarsi in simili dispositioni secondo l'vso de paesi, si proponerà il metodo pratticato nella mia padria; acciò tal cognitione serui per base d'ogn'altra occasione.

In tre modi viene costumato il disporre le conuentioni con l'impressarij, e capi muratori p le fatture di dette muraglie. Il primo si dice a staglio, che per vna sõma di denari resta l'impressario obligato prouedere à sue spese d' ogni sorte di materiali, fatture, ed altre cose simili, e mediante vn tal termine, e con le cautioni necessarie dourà dar l'opera compita di tutto pũto, ed in modo disposta secõdo

do i disegni se gli saranno dimostrati, e pattizati, il tutto rimanendo eguale al giudicio d'huomini esperti in tal professione; ma perche in simili trattati il più delle volte ponno restar defraudati i padroni per non hauer professato tal essercitio, e per il contrario restandone cautelati i capi mastri muratori di nō inciampare in simili accidenti, viene perciò osseruato più comunemēte il secondo modo, che con dispositione terminata si vāno effettuando detti patti, mentre verrà accordato ad vn tāto il trabuccho superficiale, con specificatione precisa di spessezza di oncie 10. il detto trabuccho di muraglia; la qual si dice ordinaria, ò vero del trabuccho cubo; nel qual caso proponendosi per esempio la parete A. che fusse vna facciata di muro ordinario, della quale bisognasse ritrouare la speciale quantità de trabucchi, ch' in essa contenesse in misura, cioè in larghezza trabucchi 10. piedi 4. oncie 9. ed in altezza trabucchi 8. piedi 3. oncie 6. in grossezza di muro ordinario di oncie 10. che per ritrouare tal quantità vengono pratticati più modi per poterne venire alla debita cognicione; nientedimeno si disponerà vn metodo, giudicandosi il più facile, ed il più sicuro per fuggire anco i numeri rotti, mentre è necessario ridurre i tra-

bucchi in piedi, tanto nella larghezza, quãto nell'altezza, e ciò douendoſi oſſeruare per regola commune in tutte le diſpoſitioni, v.g. li trabucchi 10.4 9. cõtenuti nella larghezza valutati ciaſcuno piedi ſei diranno piedi 60. che aggiũgẽdoſi li piedi 4. oncie 9. ambi diranno piedi 64. oncie 9. e l'altezza piedi 51. oncie 6. incluſiui i detti piedi 3. oncie 6. hor moltiplicata l'vna con l'altra quantità la ſomma ſarà piedi 3335. ſuperficiali come il tutto in immargine ſi vede notato, delli quali douẽdoſi dopò accertare della quãtità de trabucchi ſuperficiali contenuti nella detta ſomma è di meſtie-

Piedi 64—9.
51—6.
64.
320
32--4--6.
25 .9.
12--10 6.
Pie. 3 3 3 5--0--0

36. | 3335 | 92 23/36
23.
6.
36. | 138 | 3.
30
12
60
30
360
36 | 10.

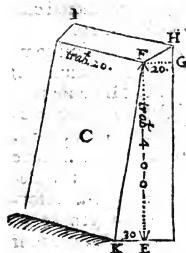
ro

to di quadrare prima il trabuccho lineale, che per essere composto di piedi sei, il moltiplice, ò sia il suo quadrato dirà piedi 36. superficiali, e con tal quãtità si partirà tutta la somma delli piedi peruenuti come si vede disegnato nell' esẽpio marcato di lett. B. l'auuenimento del quale dirà trabucchi 92. ed auanzano ancora 23. piedi superficiali, li quali di nuouo moltiplicati per piedi sei lineali, tal moltiplice risultarà 138. oncie superficiali, che diuidendole anche per li 36. piedi accennati, il prodotto saranno piedi 3. ed auanzano oncie 30. che di nouo si moltiplicaranno per oncie 12. lineali, il suo moltiplice dirà oncie 360. che verranno anco ripartite per li piedi 36. risultandone da tal diuisione oncie 10. superficiali, e non auanzarà cosa alcuna, di maniera che risultarà in misura tutta la facciata A. la somma di trabucchi 92. piedi 3. oncie 10. ed in caso auanzasse ancora qualche residuo bisognarebbe moltiplicarlo per punti 12. e tal auuenimento partirlo per li medemi piedi 36. il prodotto de quali sarebbero punti superficiali, e similmente auanzando ancora qualche residuo, quello moltiplicato pur per 12. lineali, e l'auuenimento diuiso di nuouo per li sudetti piedi 36. ciò che da tal diuisione ne risultarà saranno linee superficiali

ciali

ciali, e così si potrà ancora venire alla cognitione dell'attomi potendosi conseguire con tal operatione il tutto.

Ma occorrendosi misurare parete di muraglie, che fussero construite con scarpa, come nel secondo esempio si dimostra con lett. C. In primo luogo si deue misurare l'altezza del muro perpendicolarmente come marca litt. EF. auertendo non misurarsi detto muro, per il filo della scarpa come dinota lett. FK. dindi è necessario sapere quanto sia la spessezza del muro, oue principia la scarpa, come anco della spessezza, per oue si va à terminare la detta scarpa; e ciò per potersi fare la comune grossezza, che dopò dourà quella seruire per la terminata grossezza della detta muraglia; mentre supponendosi detto muro grosso nel piede oncie 30. come per lett. E. e nella parte superiore marcato di lett. F. di oncie 20. che dopò vnite dette due quantità assieme ambi summaranno oncie 50. la qual quantità diuisa per la metà, vna di quelle sarà oncie 25. e tal quantità intendendosi per la commune grossezza, che doura contenere il detto muro. In modo che essendosi accertato della detta commune, altro in ciò non occorrerà chè misurare con il trabuccho la lunghezza, ed altezza della detta muraglia come nel-

nell'antecedente, e ritrouãdosi. v.g. in lunghezza trabucchi 20. ed in altezza trabucchi 4. come marca lett. EF. il moltiplice delli quali dirà 80. trabucchi, hor mentre s'hauesse pattuito con l'impressario, che la muraglia douesse contenere tal grossezza ritrouata; In simil caso la misura restarebbe terminata; ma quando il patto fusse seguito di muro ordinario di grossezza d'oncie 10. all'hora è di mestiero riconoscere quante muraglie resti compresa in tal grossezza, e quanto in essa si ritrouarà tante volte è di bisogno augumentare l'auuenimento peruenuto in detta parete; per esempio si dice essere ritrouata la comune grossezza del detto muro oncie 25. e si dice anco douer essere il muro ordinario di oncie 10. dunque la comune grossezza cõtenerà in se due muraglie, e mezza; per il che li trabucchi 80. peruenuti dalla lunghezza, ed altezza della detta muraglia è di bisogno moltiplicarli per due muraglie è mezza, il prodotto delli

quali

quali sarà trabucchi 200. superficiali ciascheduno di grossezza d'oncie 10.

In secondo luogo non essendosi compreso nella detta misura il decliuio del muro marcato di lett.FIH. Il quale supponendosi surmonti l'altezza della muraglia dalla parte di dentro di oncie 10. come per lett.HG. In simili caso sarebbe di mestiero diuidere le oncie 10. per metà, stãte la detta altezza non resta vniforme, rimanendo tal residuo in forma triãgolare come FHG. è per tanto quanto si ritrouarà in lunghezza il detto muro; per il che douendosi anco accertare della quantità di trabucchi in sè contenuti, bisogna moltiplicare li trabucchi 20. per la metà di oncie 10. che saranno oncie 5. nel qual caso ciò si conseguirà, mentre si conuertiranno i detti trabucchi 20. in piedi, l'auuenimento de quali saranno piedi 120. li quali poi moltiplicati semplicemente per oncie 5. il prodotto dirà solo piedi 50. Exempli gratia douendosi moltiplicare l'vno con l'altro non è verũ dubbio, che oncie 5. vagliono quanto vn quarto, ed vn sesto $\frac{5}{12}$ In maniera che di piedi, ò vero preso il quarto, ed il sesto della somma di 120. l'vno dirà 30. e l'altro 20. che vnite ambi insieme summaranno 50. che similmente partita

tal

20.
6.
Piedi 120
onze 5.
30.
20.
36) 50 / 1. 14/36
14

tal quātità per 36. piedi superficiali, il prodotto sarà trabucchi 1. restandoui di residuo piedi 14. le quali di nuouo moltiplicati per sei, il moltiplice sarà 84. che nouamente ripartiti per 36. l'auuenimento dirà piedi 2. ed auanzaranno ancora 12. di residuo, che moltiplicati per 12. il suo moltiplice sarà 144. e ripartiti poi per il numeratore 36. il prodotto dirà oncie 4. In maniera che il detto decliuio si ritrouarà esser in misura trabucchi 1. p. 2. oncie 4. e perche la base del detto triangolo si dice essere di grossezza di oncie 20. si concluderà essere di volare di due muraglie, in maniera che anco bisogna duplicare detta quantità di trabucchi 1. p. 2. oncie 4. ch'ambi summaranno trabucchi 2. p. 4. oncie 8. che aggiunti dopoi alla somma principale di detto muro assieme diranno trabucchi 202. p. 4. oncie 8.

14.
6.
36.) 84 / 2. 12/36
12
12
24
12
36) 144 / 4
00

In altro modo si potrebbe anco peruenire alla detta calculatione del detto trian-

triangolo, mentre si starà auertito, che moltiplicando piedi con trabucchi, l'auuenimento sarà piedi, e similmente oncie con trabucchi per l'auuenimento sarà oncie; hor li 20. trabucchi moltiplicati per cinque oncie, il suo moltiplice sarà oncie 100. le quali conuertite in piedi lineali di oncie 12. l'vno saranno piedi 8. oncie 4. e si dice sei piedi douer contenere il trabucchi, dunque è bisogno, che piedi 8. oncie 4. faccino trabucchi 1. p. 2. oncie 4. che è quanto si doueua fare.

```
  20
  -0-5
  ------
  100   8 1
  12  0 4  3
```

Il terzo modo, che potrà osseruare il nouo soldato per non essere defraudato dall'operarij mentre deue porre in esecutione qualche disegno sarà l'aggiustarsi à trabucco cubo; Il che conseguirà ogni volta dopò pigliate le lunghezze, ed altezza de muri, e quelle conuertite in piedi, e ritrouato il moltiplice del suo quadrato, quello nouamente moltiplicato per la grossezza hà il detto muro, e del prodotto ripartito per 216. piedi contenuti nel cubo del trabucco, cioè 6. via 6. vale 36. e sei volte 36. vale 216. piedi cubi, e tanto si dice esser il cubo del detto trabuccho, auertendo in caso il muro fusse stato costruito con scarpa, osseruare

il

il metodo dato sì nel misurare l'altezza, come per ritrouare la commune grossezza del detto muro ; nel qual caso per maggiormente farsi intendere s'è dimostrato nel passato esempio il modo per ritrouare il trabuccho superficiale,e con il medemo esempio dimostraremo anche l'accertarsi del cubo ; v.'g. nel presente esempio mercato di lett.D.si dice detta facciata contenere la medesima lūghezza di piedi 120. ed in altezza piedi 24. il suo moltiplice dirà 2880. In oltre fù ritrouata la commune grossezza del muro di oncie 25.che sono piedi 2. oncie 1. le quali moltiplicate con il moltiplice di 2880.piedi, l'auuenimento sarà piedi cubi 6000. che ripartiti per li piedi 216.cubi, il prodotto sarà trabucchi 26. cubi, e restano di residuo piedi 124. li quali è di mestiere di nuouo moltiplicarli per piedi 6. lineali l'auuenimento de quali sarà piedi 1008. che pur ripartiti per 216. il prodotto sarà 4. piedi cubi,ed auā-

I H F G Piedi. 120. 20. 24. D 20.

zano

120
24
480
240
2880
2·1·
5760
240
216) 6000 (27 168/216
168
6 8
164
6
216) 1008 (4
144
12
288
144
216) 1728 (8
000

*Su.trab.*27.*p*.4.on.8.

zano ancora 144. che nouamente bisogna moltiplicare per oncie 12. lineali;il che fatto risultarãno oncie superficiali 1728. che pur ripartite per il nominatore 216.quello entrarà nel detto numero 8. volte, e non rimanerà residuo alcuno, ed in caso auanzasse ancora qualche residuo si procederà come di sopra, in maniera. che la detta parete di trabucchi 20.in lunghezza è quattro in altezza con piedi 2.oncie 1. di grossezza ascẽderà al numero di trabucchi cubi 27.piedi 4.oncie 8. che moltiplicati poi secondo la raggione che sarà stato accordato del prezzo, il prodotto sarà la somma del denaro, che si deue all'operario, ch'haurà fatto far detto muro;auertẽdo che li piedi 4,di più delli trabucchi 27,vengono à significare due terzi

terzi di trabuccho, e le otto oncie due terzi di vn 8/12 del detto piede, che à piede, ò vero proportione del valore del trabuccho qste si dourāno valutare.

Hora resta anco di cubare il triangolo causato dal decliuio della sommità della detta muraglia marcato di lett. FGH. il quale ritroūandosi della medesima lūghezza della muraglia sarà trabucchi 20. che ridotti in piedi diranno 120. li quali moltiplicati per oncie 5. che tāto si dice essere la comune altezza del detto triangolo, il moltiplice dirà 50. d'indi moltiplicata detta quātità per la grossezza di sopra del muro di oncie 20. che sono piedi 1. oncie 8. il suo pdotto dirà p. 83. oncie 4. la qual quantità poi ripartita p il numero cubo puenuto dal trabuccho di piedi 216. li

120
0 5
30
20
50
1 8
50
16 8
16 8
83 4
216| 6 |0
498
2
216| 500 / 068 |2 68/216
12
136
68
216| 816 / 168 |3 168/216
12
336
168
216| 2016 / 872 |9 72/216

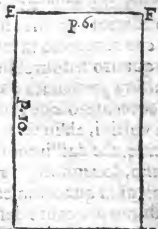
6 auue-

auenimento dirà trabucchi, e perche il nominatore non può entrare nella quantità di 83. piedi oncie 4. per essere maggiore di esso al qual effetto sarà di mestiere di nouo moltiplicare 83. oncie 4. per sei piedi lineali, il prodotto sarà 500. che nouamente ripartito per 216. intrarà nel detto numero due volte, che vogliono significare piedi 2. ed auanzarãno 68. piedi, li quali di nouo moltiplicati per 12. oncie rileueranno 816. ch'anco ripartite per 216. il prodotto sarà oncie 3. ed auanza 168. che moltiplicati similmente per 12. punti lineali, il moltiplice loro sarà 2016. le quali ripartite per 216. aspettarãno per ciascheduna parte punti 9. senza far conto d'altro residuo, di modo ch'il detto triãgolo si ritrouarà essere trabucchi o. p. 2. oncie 3 punti 9. cubi; Il che aggiunto con la sudetta quantità di tutto il muro ambi diranno trabucchi 28. p. o. oncie 11. punti 9. e con tal operatione restarà risoluta la propositione.

Come uengono misurate le lamie, ò sian uolte.

Cap. XV.

NEll'essecutione di tal operatione si starà auertito di tirar vn filo dall'vna all'altra imposta della lamia come le ...

lett. AB. acciò da quello si possa pigliare l'altezza di detta lamia, come merca lett. CD. la quale supponghisi sia ritrouata di piedi 3. hor in piano è bisogno misurare la lunghezza, e larghezza del vacuo trà l'vno, e l'altro muro, che sostiene la lamia come mercano le lett. EHFG. v. g. EF. piedi sei. ed EG. di piedi 10. alle quali larghezze di piedi sei aggiungendosi l'altezza della lamia, che si dice di piedi 3. diranno ambi 9. piedi, che moltiplicati con la lũghezza, che si dice di piedi 10. il suo moltiplice sarà piedi 90. e tanto concluderemo ritrouarsi in misura la detta volta; Il simile in ogn' altra sorte di lamia cõ osseruanza mentre sia stata cõstruita di mezzo mattone di spessezza si costuma passarla in misura di muro ordinario, e quãdo resta detto mattone p piatto, per la metà solamẽte, e ritrouandosi il detto mattone per pũta, verrà detta lamia

mia riceuuta per due muraglia;In oltre i capi muratori hanno ancora altre pretensioni,che si debbiano misurare oltre la lamia i rifiancamenti, e' controforti della detta lamia, la qual domãda à parer mio l'escluderei per essere senza fundamenro vedendosi oculatamente non potersi porre in esecutione senza rifiancamento, e controforti, alla quale consideratione se gli fanno buone in misura sì per li boscami necessarij nell'esecutioni,ed armatura di essa, come per detti controforti oncie sei di grossezza di sopra più di oncie 4. che si ritrouarà hauere la metà del mattone, come se pure contenesse tutta la spessezza del muro ordinario, che sono oncie 10.però si dice,i patti rompere la legge, e secondo quelli si dourà procedere nella misura:

Si starà anco auertito,che nelle misure delle facciate, tanto esteriori, quanto interiori,tutti i vacui, che eccedono la larghezza di piedi 2. in quadro si dourebbero abbassare dalla misura peruenuta da tutta la quantità, eccettuato oue sono vacui terminati con voltini, ch'in tal caso non si deue diffalcare,che dall'imposta di detti voltini al basso,douendosegli sẽpre far buoni i due piedi in quadro;mentre resta in vso, e costume per causa delle diligenze,e maggiori fatiche,che necessa-

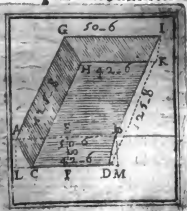
riamen-

riamente è di bisogno vsare in simil construttioni.

Come si debbia procedere alla misura d'una fossa, dalla quale sia stata nacuata la terra.

Cap. XVI.

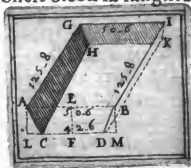
QVesta operatione non differisce altro dall'antecedente, eccetto che nell'vna viene misurata il massiccio di vn muro, e nell'altra il vacuo rimasto; Exempli gratia sia il detto cauo vacuo ABGI. il quale contenesse in lunghezza piedi 125. oncie 8. ed in larghezza piedi 50. oncie 6. nella parte superiore del detto cauo, per il quale resta il fondo del detto cauo CDHK. eguale in larghezza, lunghezza al superiore; altro in ciò non occorre eseguire solo, che procedere alla misura, cioè moltiplicando la lunghezza con la larghezza, e l'auuenimento anco dopò moltiplicato per l'altezza, la quale è bisogno sia presa cō ogni diligenza; mentre tirādosi vn filo dall'vna all'altra estremità di detto cauo come marca lett. AB. d'indi misurata l'altezza perpendicolarmēte come si vede per lett. EF. il moltiplice del quale ripartito poi per 216. piedi cubbi, Il prodotto sarà tan-

ti trabucchi, e rimanendoui residuo, di nouo moltiplicato per sei piedi lineali, l'auuenimento del quale ripartito per li 216. piedi, il prodotto dirà piedi cubbi; In oltre restandoui ancora qualche residuo bisogna moltiplicarlo per 12. oncie lineali, e della quantità peruenuta diuisa per li detti piedi 216. l'auuenimento de quali dirà oncie, ed in caso auanzasse anco qualche residuo, di nouo moltiplicato per 12. punti lineali, e la quantità del suo moltiplice nouamente diuiso per 216. il

pdotto dirà punti, e con tal modo s'hà da osseruare in ogn'altra operatione di misura cubba; Mà quando la fossa contenesse scarpa da vna parte, e l'altra come resta disegnato per lett. LC. e DM. e che il detto cauo in fondo restasse più stretto che la parte superiore in tal caso è necessario ritrouarne la commmune larghezza di queste due quantità. V. gratia si dice la parte superiore essere in larghezza di piedi 50. oncie 6. e di lunghezza piedi 225. oncie 8. ed il fondo della detta fossa si ritroua in larghezza piedi 42. oncie 6. ed in lun-

lunghezza eguale alla superiore, che vnite queste due quantità, cioè li piedi 50. oncie 6. di sopra con li piedi 42. oncie 6. del fondo summaranno ambi piedi 93. la metà del qual numero sarà

	50---6
	42-- 6
piedi .	93---0-
	46---6

piedi 46. oncie 6. e tanto bisogna, che sia la commune larghezza del detto cauo; ed in caso le due teste della lunghezza CD. ed HK. contenessero anco scarpa similmente sarebbe di mestiero ritrouarne la commune lunghezza, però in questo esépio si supponeranno dette due teste siano state cauate perpendicolarmente.

Hora douendosi procedere all'operatione, e moltiplicare la larghezza di 46. oncie 6. con la lunghezza di 125. oncie 8. il moltiplice dirà piedi 5843. oncie 10. la qual quantità moltiplicata per piedi 8. che tanto si suppone debbia essere profonda la detta

fossa, dalla qual auuiene il suo moltiplico di piedi 46750. oncie 8. la qual quantità ripartita per piedi cubbi 216. il prodotto dirà trabucchi 216. ed auanzano 94. piedi, i quali è bisogno moltiplicarli per pie-

di 6.lineali, il qual moltiplice dirà piedi 564. che diuiso anco per 216. il prodotto dirà piedi 2.e restarà anco di residuo piedi 132.i quali nouamente moltiplicati per 12. oncie lineali ne risultarà la summa d'oncie 1584. al qual numero giontoui quelle 8.oncie, che rimasero nella moltiplicatione di tutta la quã-tità con l'altezza della detta fossa ambi diranno 1592. che similmente diuise per 216. il prodotto sarà oncie cubbe 7. rimanendo ancora 80. di residuo,ed ancorche di tal residuo nõ si dourebbe far conto nientedimeno moltiplicato

```
Piedi  125   8
        46   6
      ---------
       750
      500
        62   6
             4
        15   4
             2
             2
        15   4
      ---------
      5843  10
         8
      ---------
     46744
         4
         2   8
      ---------
     46750   8       94
216) 0359(  4  [216 216
       3  9
       2  0
        94
         6
      ---------
216)   564   (2 132
      (132      216
       132
        12
      ---------
       264
       132
      ---------
216)  1584
         8   (7
      ---------
      1592
      0/80
```

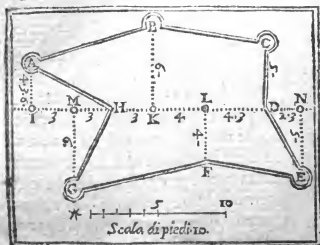
cato nouamente per 12. l'auuenimẽto dirà punti superficiali 960. li quali diuisi per 216. il prodotto saranno 4. punti cubbi, ed auanzano ancora 96. il qual residuo moltiplicandosi di nuouo per 12. e dall'auuenimento diuiso per 216. il prodotto dirà linee cubbe, che per non essere di cõsideratione non deuono essere ammesse, mentre per conclusione si dice detto cauo contenere in misura trabucchi cubbi 216. piedi 2. oncie 7. punti 4. e cosi restarà risoluta la propositione.

Come si possi togliere una pianta d'una fortezza, ò altra cosa simile con il quadro aggrimansorio.

Cap. XVII.

IN diuerse maniere si potrà conseguire tal operatione, poiche alcuni seruendosi chi della bussola con calamita, chi della squadra zoppa, chi con il mezzo cerchio graduato, chi con il compasso di proportione, ed altri simili sorte d'instrumenti mathematici, che per non replicare ciò ch'altri hanno detto, passaremo per modo di esempio douersi porre in disegno la figura multilatera. Irregolare, la quale circondasse Città, Castello, ò altra cosa

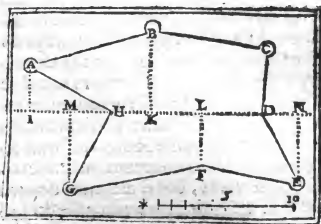
simi

ſimile in forma di muro antico con Angoli tanto rientranti, quanto eſteriori come mercano le lett. A,B,C,D,E,F,G,H, Ch'in primo luogo ritrouandoſi il detto recinto libero ſenza incontrare nella parte di dentro impedimento, mentre tirata la retta HD. ad infinitum, la quale verrà terminata di tanto in tanto con bachettine, che hauranno in punto fiſſo quattro ditta di carta bianca per maggiormente poterle ſcoprire, e ſaranno d'altezza circa da trè à quattro piedi, la quale paſſarà per il mezzo alla detta figura per li punti HD. per il qual effetto douendo ſeruire per linca maeſtra, e per baſe, acciò da eſſa, e con il mezzo del quadro ſi poſſi peruenire alla accertata poſitura de gli altri Angoli, cioè piantato in terra il quadro

in punto I. ed aggiuſtandoſi vno de tra-
guar-

guardi à lungo la linea maestra HD. in modo, che senza rimouere il detto quadro l'altro arriui ad Angoli retti in punto A. Il che fatto si procederà alla misura della linea AI. e sia v.g. trabucchi 4. p. 3. oncie. 6. come in essa si vede notate per i numeri tal quantità, ed il simile si conseguirà in ogn'altra linea; d'indi nel punto I. prima positura del quadro si piantarà vn'altra bacchetta con carta fissa in punta, e trasportato il detto quadro in punto M. il quale si suppone dopò che si sarà aggiustato l'vno de traguardi del quadro al lungo della linea maestra, l'altro venga à ferire giustamente in punto G. altrimente bisognarebbe scorrere in lũgo alla detta linea sin à tanto ciò segui, e che il triangolo IMG. proceduto da tal operatione rimanghi retto, altrimente si conseguirebbe falsa la construttione, e cossì è necessario osseruare in ogn' altra positione sì in questa figura come nell'altre bisognasse preualersi del detto quadro; hor tolta in misura la quantità di IM. ed MG. come in esso viene mercato per numeri si piantarà in punta M. in luogo del quadro altra bacchetta con carta in pũta; e scorrendo in punto H. il quale per causa la detta linea maestra passi giustamente per esso non occorre altro solo, che di nuouo misurata MH. e quella notarla

tarla con numeri come si fece nell'antecedente, in maniera che con simil operatione ci siamo accertati di trè termini, cioè AHG. al che giontoui AH. ed HG. non è verun dubbio si sarà formato l'Angolo AHG. Il quale restarà equiangolo mediante la construttione con le medesime proportioni tolte al triangolo, che verrà essere formato dal recinto supposto di muro, e così osseruandosi in tutti gl'altri Angoli sin a tanto si siano tolti tutti gl'Angoli contenuti nella detta figura come s'è fatto mentre s'è principiata la detta operatione; auertendo doue viene disegnata lett. O. dinotano tutte le positure fatte con il quadro per ritrouare gl'Angoli, cioè IA, MG, BK, LF, DC, EN.

Hora dopò notata con numeri ogni misura ritrouata secondo l'operatione si sarà andato disponendo, è di mestiere formare vna scaletta di trabucchi come merca, * e preso vn foglio di carta biāca, nella quale dopò tirata per trauerso vna linea morta ad libitum, la quale serue di base al disegno, ch'in essa si dourà fare. In secondo luogo tolta con il compasso dalla scaletta la quātità di trabucchi 3. ritrouati trà IM. quella mercata in detta linea morta come pur merca lett. IM. e dal punto I. eleuata la perpendicolare IA. sopra la quale si mercaranno an-

co trabucchi 4.3.6. secondo viene notato dal stizzo già fatto; d'indi dal pũto M. eleuandosi altra perpendicolare MG. e quella fatta anco eguale del contenuto nel borrone, ò sia stizzo, che saranno trabucchi 6. e similmente MH. di trabucchi 3. al che giontoui poi con inchiostro AH,

ed HG. restarà disegnato l'Angolo rientrante AHG. equiangolo, e simile al contenuto nell'opera. Il simile si deue osseruare in tutte l'altre positure fatte del detto quadro fin tanto venghino rinchiusi, e perfettionati gl'Angoli attorno del detto muro, nel qual caso dopò restarà cõpito il disegno secõdo le ꝓportioni tolte come lett. A, B, C, D, E, F, G. e ritrouãdosi la muraglia fabricata con scarpa, dopò ritrouata la quantità di essa, quella s'applicarà esteriormente alla linea termina-

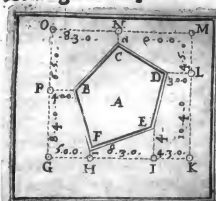
ta d'inchiostro, come anco essendoui fosso, strada couerta, mezzelune, torri, ed altre cose simili, la grossezza del muro dalla parte di dentro, come del terra pieno, e tutto quello resta compreso nel detto recinto; però ogni cosa situata à suo luogo proportionatamente; Auertendo mētre con il quadro si vanno ritrouando i termini dell'Angoli, ed il muro fusse construtto di scarpa si deue terminare la misura; oue la perpendicolare del parapetto và à cadere, e non oue termina la detta scarpa; perche seguirebbe errore notabile per causa la scarpa cresce, e sminuisce secondo viene alto il muro più, ò meno, e gl'Angoli non seguirebbero vniformi secondo l'essere loro contenuti nell'opera.

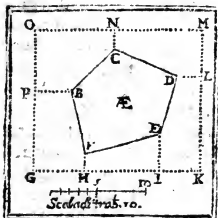
Ed ogni volta, che si incontra douersi ponere in disegno figura tale, essendo la parte di dentro occupata con edeficij, ed altre cose simili, che per mançamento di essi non si potesse preualere della linea maestra HD. tirata dentro la figura serue quella per base nel primo esempio per accertare con la misura gl'Angoli, ed in tal caso è necessario constituire quattro linee maestre, le quali verranno terminate con bacchettine come s'è detto nella parte di fuori, che circondino in quadro tutte le facciate contenute nella figura, che si suppone di leuar la pianta v. g. che

sia

sia la figura irregolare A. cõposta di cinque facciate, attorno della quale non vi sia cosa che possi impedire il potersi produrre le maestre GK, KM, MO, ed OG. e sopra delle quali per via del quadro ritrouare i cinque Angoli della detta figura B, C, D, E, F. che dopò seguita l'operatione apartatamẽte come il tutto si vede disegnato nel stizzo, ò sia borrone A. con le precise misure notate à suoi debiti luoghi, conforme saranno peruenute dall'esecutione mentre si saranno misurate, tãto le quattro linee maestre, quanto l'altre che si partono da esse ad Angoli retti per ritrouare gl'Angoli, e dopo si sarà constituita la scaletta di trabucchi, la quale si dourà fare grãde, ò picciola quanto s'hà in pensiero, che sia grande il disegno della detta pianta; Il che seguito in primo luogo tirata ad libitum vna linea retta con la pũta del compasso sopra vn foglio di carta bianca, la quale dinotarà per esempio la retta KG. d'indi presa con il detto compasso dalla scaletta la quantità di trabucchi 5. contenuti nel borrone A. e riportati in GH. prima positura del disegno, nel qual termine dal punto H. constituendosi perpendicolarmente HF. sopra la quale nel borrone viene mercato trabuccho .1. tãto dourà operare HF. d'indi nel borrone la seconda positura fu

ritro-

ritrouata di trabucchi 8. p. 3. o. la qual quantità presa dalla scaletta, ed a quella fatta eguale la quantità di HI. e dal pũto

I. si eleuarà ad Angoli retti la retta I E, la quale viene mercata nel stizzo di trabucchi 4. e tãto preso dalla scaletta si farà eguale la detta IE. In oltre viene mercato nel detto stizzo per la terza operatione trabucchi 4. p. 3. o. la qual quãtità tolta con il compasso dalla detta scaletta, ed à quella si farà eguale la parte mercata di lett. IK. e perche si accertò l'Angolo D. cõ la quarta operatione per più facilità, e sicurezza della quale fù constituita dal termine *K*. la seconda linea maestra ad Angoli retti con la prima GK, nel qual disegno dal punto K. si eleuarà ad Angoli retti la KM. sopra della quale nel borrone vengono marcati trabuchi 10. p. 4. oncie o. la qual quantità si prenderà dalla scaletta, e riportarà con il compasso sopra la KM. come viene mercata con lett. KL. e dal punto L. si eleuarà ad Angoli retti LD. la quale anche fù ritrouata nel borrone di trabucchi

bucchi 3.--0.--0. che tal quantità presa con il compasso dalla scaletta si suppone

essere eguale la detta retta DL. ed in q̃sto modo è bisogno procedere attorno la detta figura Æ. disponẽdo le linee; tanto maestre, quãto l'altre secondo la quantità, e misura contenuta nel detto stizzo A. sin tanto si venga à cõgiungere ad Angoli retti la quarta maestra OG. in punto G. prima operatione, che per essere vniformi l'esecutioni delle positure del quadro si finisce il discorso: Auertendo solo non pigliare l'vna quantità per l'altra; perche in simil caso l'operatione seguirebbe falsa, e non altrimente si accertarebbe lo che si era proposto.

Per leuar la pianta di qual si voglia edificio mediante l'vso della bussola, ed accucchia di Calamita.

Cap. XVIII.

NOn è dubbio veruno, che non solo con l'accucchia tocca di calamita

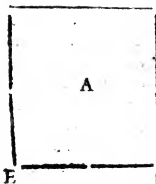
si potrà leuar in disegno ogni edificio di muro, ò di terra tanto ciuile, quanto militare; ma etiandio disporre in disegno territorio, fin:aggi, e le Prouincie intiere, douendosi auertire, che mentre si starà oprando con la detta accucchia (la quale dourà esser accomodata in vna bussola nel modo costumato, e con la diuisione de gradi attorno, che per esser cosa tanto comune si passarà in silentio la construttione) che non s'approssimi alcuno con spada, ò pugnale, ò altra cosa di ferro; perche ne seguirebbe deuiata l'operatione, e dopo l'essersi apprestato vn regolo di legno ben aggiustato, e della lūghezza d'vna tesa, ò tesa e mezza in circa, e q̄llo appoggiato contro il muro, e contro ad esso anche applicata la bussola, in maniera che la parte, oue sarà notata la linea del mezzo giorno venga applicata ad Angoli retti con detto regolo in tutte l'operationi, che s'anderanno facendo ne i riuolti, che farà il muro, e dopò si sarà restato da sè medesimo il moto dell'accucchia vedere là punta di quella à quanti gradi marca, e quelli notare appartatamente come nell'immargine, ed ancorche nella bossola si ritrouassero mercati li otto venti principali, si farà solo conto della linea meridiana per esser la

ser la parte, oue l'accucchia tocca di calamita rapresenta la certezza del mezzo giorno, e della mezza notte, e ritrouandosi trà questi due clima ad Angoli retti qualche muro, non è da dubitare che dopò aggiustata nel modo detto la punta dell'accucchia terminarà giustamente al mezzo giorno, ed il calso d'essa mercarà la mezza notte, e declinando il muro ò verso leuante, ò verso ponente, necessariamente l'accucchia sortirà da questi due termini, e secondo la positura del detto muro la punta notarà i gradi, che declinarà il detto muro, cioè alla dritta, ò sinistra di mezzo giorno, ò vero di mezza notte: potendo in simil occasione seruire di termine l'vno, ò l'altro di questi due clima: Auertendo solo, che se la prima operatione si fà alla dritta tutte l'altre douranno seguitare all'istessa mano, e seguendo alla sinistra tutte l'altre alla sinistra.

Exempli gratia supponendosi il quadrato A, che fusse vn recinto di muro, e che la parte BC. ò vero ED. fussero esposte giustamente ad Angoli retti con la linea meridiana, e per la prima positione si cominciasse alla facciata ED. ed aggiustatosi il regolo contro

B C

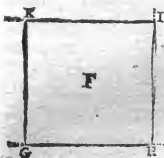
A

E D

il muro, e contro di esso la bussola nel modo detto, non è dubbio che la punta dell'accucchia andarà à terminarsi giustamente sopra la linea meridiana, e mercarà gradi 90. li quali si notaranno à parte nella prima colonna, come nell'immargine, e misurate la parte ED. e fusse verbi gratia trabucchi 100. che verranno anche registrate nella medema colõna scorrendo à mano dritta, e riportata la bussola cõtro l'altro muro DC. e dopò quella aggiustata, e lasciata fermare l'accucchia, che per esser composto l'Angolo D. retto secondo la propositione, necessariamente quella si scostarà dal mezzo giorno gradi 90. verso la mezza notte, e mer-

	Gradi	Trabucchi
1	90	100
2	180	100
3	180	100
4	90	100

e mercarà gradi 180. e misurata la detta parte, e si ritrouasse pur 100. trabucchi, questi & i gradi si mercaranno nella seconda, Il simile si farà nella parte BC. che per ritrouarsi anche opposta paralellamente alla parte ED. fermata l'accucchia à mezzo giorno mercarà gradi 90. e di trabucchi 100. li quali pure verranno registrati nella terza colonna; d'indi riportata la bussola per scontro la parte BE. e lasciata riposare l'accucchia è necessario per esser similmente opposta paralellamente all'altra parte CD. che il muro declina da mezzo giorno à settentrione della quãtità di gradi 90, e mercarà gradi 180. ed il muro per esser d'egual lunghezza al suo opposto sarà anche trabucchi 100. ch'il tutto si mercarà nella quarta colonna, e se la figura contenesse più facciate conuerrebbe in tutte seguitare l'istessa operatione sin tanto à tutte le facciate de muri ne sia stato riconosciuta la sua declinatione.

Hor douendosi porre in disegno la detta pianta secondo le declinationi, e lunghezze ritrouate de muri, farà mestiere. In primo luogo aggiustare con cera vn foglio di carta, ò cartone, che sia ferma sopra vna tauola come merca lett. F. e poi orientare il detto foglio, che riguardi sopra la medesima linea, che fù ritro-

uata la prima operatione, la qual si dice à mezzo giorno, e tirata vna retta di linea morta, e sia verbi gratia GH. e dopo terminata la scaletta de trabucchi della quantità ad libitum mercata di lett. L. dalla quale presi col compasso trabucchi 100. conforme furono registrati secondo la prima operatione si terminarà tal quantità sopra la detta linea morta, e sarà per esempio GH. hor scorrendo alla dritta, che sarà il pũto H. dopò applicata la bussola in punto H. s'andarà quella riuolgendo d'vna all'altra parte tanto che la punta dell'accucchia vadi à fermarsi à gradi 180. conforme è stato ritrouato dalla seconda operatione, e dopò eleuandosi la retta HI. quella si farà eguale à trabucchi 100. e di nouo raportata la bussola in punto I. e quella aggiustata fin tanto l'accucchia si vadi à restare à gradi 90. come è mercato nel borrone, e dal punto I. tirata la retta IK. e fatta similmente eguale à 100. trabucchi, e riportata vn' altra volta la bussola in punto K. riuolgendola tanto che la punta della detta accucchia venghi à fermarsi

sopra

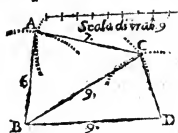
ſopra gradi 180. e prodotta dal punto K. la retta KG. di trabucchi 100. è neceſſario, che l'vltima operatione venghi à cōgiungerſi nella prima operatione, che ſarà il punto G. altrimente l'operatione non ſarebbe ſtata ſeguita con giuſtezza. Il ſimile ſi deue conſeguire in altre figure di più, e meno Angoli, e reſtarà riſoluta la propoſitione.

Come ſi potrà leuare vna pianta di qual ſi voglia edificio, e ponerla in diſegno mediante la cognitione, e diſpoſitione de triangoli.

Cap. XIX.

PEr eſempio diaſi il paralellogrāmo irregolare ABCD. alla qual ſimilitudine ſi ritrouaſſe il circuito di qualche Città, ò altro edificio, per il che neceſſariamente biſognaſſe toglierne il diſegno, e conſtruirlo in pianta, in maniera che gl'Angoli, e lati, che rapreſentano la ſua forma corriſpondeſſero ſimilmente in diſegno equiangoli, e proportionati ſecondo gl'Angoli del edificio, nel quale caſo fà di meſtiero. In primo luogo ridurre la forma di tal edificio in triangoli, mentre per riſoluere ſimil propoſitione ſi tirarà la diā-

gonale BC.la quale infallibilmente diuiderà la figura in due triangoli, come si uede fatto nel detto paralellogrammo per lett.BAC,e BCD. ed in caso la figura dell'edificio si ritrouasse multilatera nell'istesso modo, sarebbe necessario di conuertirla in più triangoli;hor non vi è verun dubbio ogni volta nel edificio la diagonale BC.fusse misurata, e similmente i quattro lati, che circondano il detto paralellogrammo con tal cognitione si potrà peruenire alla constructione del disegno, verbi gratia supponghisi la diagonale BC.di trabucchi 9.e la BD. anche di trabucchi 9.e CD. di quattro, e dopò fatta la scaletta di trabucchi, e tirata di linea morta la retta BD. in modo che tal quantità contenga trabucchi 9.d'indi con il compasso preso dalla scaletta altri trabucchi 9.e fatto centro in punto B. constituendosi la portione circolare C. e similmente con il detto compasso aggiustato dalla scaletta trabucchi 4. e fatto centro in punto D. facendosi altra portione circolare, la quale incrocicchiãdosi con la prima in punto C.e giontoui d'inchiostro la retta BD.e DC. è bisogno per la 22. propositione del primo che l'Angolo BDC. resti equiangolo all'Angolo suo simile nell'edificio, In oltre per la medesima raggione dandosi per misura-

to AB. di trabucchi 6. ed AC. di trabucchi 7. e di queste due quantità fattene due portioni circolari, l'vna hauendo per centro il termine B. e l'altra il termine C. le quali anco s'interfecaranno in punto A. e gionti i due lati AB. ed AC. necessariamente è bisogno che resti terminata la propositione, e con tal operatione cõstruito il disegno, il quale restarà proportionale, ed equiangolo à tutto l'edificio, che si supponeua disegnare in pianta, ed in caso non si potesse tirare la diangonale BC. per quel verso per causa de i molti edificij, ò altre cose simili, ch'impedissero tal esecutione, in luogo di produrre la diagonale dall'angolo B. all'angolo C. si potrà in simil modo peruenire alla cognitione di tal operatione con tirare la diangonale dall'angolo A. all'angolo D. che si conseguirà l'istessa esecutiona.

Mà incontrãdosi difficoltà sì nell'vna, come nell'altra parte; In secondo luogo bisogna ricorrere alla 15. propositione del primo, cioè di prolongare per ogni verso con vna lignola seu fisella i lati del detto edificio, come mercano le linee di

di

di puntini; auertẽdo di proseguire l'operatione con esattezza, le quali linee formaranno l'angoli esteriori equiangoli all'interiori; Exempli gratia l'angolo BDC. e di mestiere resti eguale all'angolo EDF. hor non ritrouandosi attorno cosa, che impedischi il prolongare i lati, cioè DE. eguale à DC. e DF. al lato DB. e gionto EF. indubitatissimamente quella restarebbe eguale in potenza alla diagonale BC. l'operatione sarebbe compita, però non permettẽdosi tal volta il sito prolongare per mancamẽto di qualche dirupo, ò per edificij, ò altre cose simili, bisogna in tal caso ricorrere di nuouo alla quarta propositione del sesto. Exempli gratia il lato BD. che si ritroua in misura di trabucchi 9. e CD. di trabucchi 4. e prolongãdosi BD. di trabucchi 3. come lett. DH. purche il sito permetta tal prolõgamẽto, con vna regola del trè, dicendo se la quã-

tità del lato BD. di 9. trabucchi mi diede

trè

trè di prolongamento, che mi darà quattro, quãtità del lato CD. che seguita l'operatione il prodotto sara trabucchi $1\frac{1}{3}$ che bisognaua prolongare il lata CD. come merca DG. e gionto GH. con simil operatione restarà fermato il triangolo GDH. proportionale al triangolo CDB. mà la diagonale BC. fin quì non è ancora conosciuta, stante non si può misurare per causa delle case comprese in detto recinto, di nuouo ricorrendosi con vna regola di propositione, dicendo per esempio il lato di DH. fù prolongato di trabucchi 3. e la diangonale GH. anco si è ritrouara in misura di trabucchi 3. che mi daranno 9. trabucchi, quẽtità di BD. risultarà da tal operatione, che la diangonale BC. quando si potesse misurare si ritrouarebbe in misura di trabucchi 9. nel qual caso hauutaci la cognitione di tal quantità con la certezza anco dell'altre parti si peruenirà all'esecutione del disegno secondo l'antecedente.

Si soggiunge di più, che con queste due propositioni il nouo soldato potrà similmente conseguire l'esecutione ogni volta bisognasse porre in disegno vna prouincia, e qualsiuoglia territorio; Exempli gratia disegnandosi la Città di Torino con l'altre Città, e Terre circonuicine co-

me sarebbe Chieri, Moncalieri, Riuole; hor ogni volta, che dalla Città di Torino fusse prodotta vna linea à Riuole: ed vn' altra à Moncalieri, e similmente altra da Moncalieri à Riuole, senza dubbio veruno queste trè linee constituerébbero vn triangolo, per il qual triangolo conosciuta la distanza de suoi lati, cō tal proportione si potrà disporre in disegno, e per tanto si dice esserui da Torino à Riuole 6. miglia, da Moncalieri à Riuole 7. e da Torino à Moncalieri 3. che fatta la

scala di miglia, e tirata in vn foglio di carta vna linea morta come mercano i pun-

puntini, e nel mezzo di detto foglio constituendosi ad libitum O scriuendo sotto Torino; hor prese dalla scaletta con il compasso 6. miglia, e fatto centro nel O stabilito per termine della Città di Torino sopra la detta linea constituito anco altro O sotto al quale si scriuerà Riuole; d'indi con il compasso di nuouo prese sette miglia, e con tal quantità fatto centro al termine di Riuole produchisi vna portione circolare, e dopò nouamente preso dalla scaletta con il cōpasso 3. miglia, e con tal quantità fatto centro nel termine di Torino, descriuendosi altra portione circolare, la quale oue andarà ad intrecciarsi con la prima, iui sarà il luogo di Moncalieri, come nell'Immargine si vede disegnato; In oltre da Torino à Chieri si dice esserui 5. miglia, e 4. da Moncalieri, in maniera che da questi trè termini si viene di nuouo à formare altro triangolo, al qual effetto con il compasso pigliandonosi dalla scaletta 5. miglia, e fatto centro vn' altra volta al termine di Torino, e fatta vn'altra portione circolare, similmente aggiustato il compasso sopra la scaletta della quantità di 4. miglia, e nouamente fatto centro à Moncalieri, tirannosi con tal quantità altra portione circolare, ed oue s'interfecarà con l'altra, iui sarà il termine della Citta di

Chieri

Chieri, e così bisognando con tal operatione si potrà disegnare etiandio tutto il Piamonte,e d'ogn'altra prouincia; Il che dopo si andaran disponendo i fiumi, mõtagne,ed ogn'altra cosa più rimarcabile, come sarebbero ponti, Chiese,foreste;piccioli borghi ruscelli,laghi,paduli,osterie, confini di Prouincie , boschine, ed altre cose simili, che fussero situati tra l'una, e l'altra delle Città,e Terre più rimarcabili,come il tutto si vede nel esempio disegnato .

Come si possa ponere in disegno pratticabilmente l'allogio d'vn' Armata , che fusse quarterata attorno à qualche Città,con la dispositione de quartieri secondo le distanze loro.

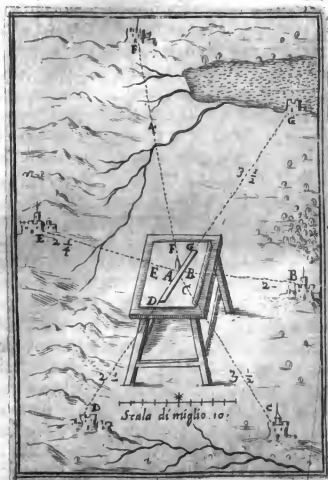
Cap. XIX.

ANcorche questa dispositione resti dipendente totalmente dal quartiere mastro,sergenti maggiori di battaglia , e marescialí di campo;nientedimeno è necessario;che il nouo soldato del tutto rimanghi instrutto per quello li potesse occorrere per tal effetto ; supponendosi dunque che lett.A. rapresenti vna Città, Borgo, ò altra

tra

tra cosa simile, attorno della quale douesse soggiornare l'Armata qualche giorno, e che non fusse permesso entrare eccetto à gl'officiali, come più souentemente occorre in simil alloggi, massime essendo quelle racomandate, ò vero soggette ad altri Prencipi amici, che perciò per obuiare à i disordini, che potessero nascere per l'indiscretezza della soldadesca, essendo quella inclinata più alle rouine, e disordini, che alla conseruatione de Popoli, nel qual caso è di mestiere di quarterare detta Armata nelle picciole terre, e borghi attorno la detta Città, come sarebbero verbi gratia nella dispositione disegnata per lett. B, C, D, E, F, G. con le distanze corrispondenti ogn' vno alla sua, mercata con numeri delle miglia, che sono distanti dal termine principale A. la qual cosa sarà di necessita disponere in disegno, acciò maggiormente il tutto sia noto al Generale, ed officiali maggiori dell'Armata, e con più facilità possano inuiare gl'ordini opportuni; Sarà per tanto in primo luogo di mestiere saglire in qualche luogo eminente come sarebbe torri, campanili, ed altre cose simili, dalle quali si possino scoprire attorno li luoghi destinati per l'alloggio; Il che dopò sopra qualche tauola spiegato un foglio di carta, che resti immobile so-

pra

pra la detta tauola, come viene disegnato con lett. A. in mezzo della quale facẽdosi vn puntino, ò vero vn O nel quale è bisogno di effigere vn ago, che stia fermo

in piedi, d'indi posto vn picciolo regolo, ò bacchetta, che sia ben dritta come lett. GD. la quale applicata contro il detto ago, e riuolgendola fin tanto resti à drit-
tura

tura di qualcheduno di quelli borghi, come per esempio vẽgono dinotati da GG.e DD.al qual effetto hauẽdosi persona della Città,che sia instrutta delle distãze,che sono da vn luogo all'altro,nelqual caso si dice essere dal termine A.al termine G.miglia $3\frac{1}{2}$ ed A. al D.miglia $2\frac{1}{2}$ ed assicuratici di ciò,e fatta vna scaletta di miglia mercata di * pigliãdo da qlla cõ il cõpasso miglia $3\frac{1}{2}$ e fatto centro contro il detto ago,ed al lungo della regola, ò sia bacchetta si applicarà in detto foglio di carta la distanza ritrouata come lett.G. ed in oltre prese dalla detta scaletta miglia $2\frac{1}{2}$ senza esserci ridetta mossa la detta regola per causa resta aggiustata contro l'ago, ed il punto G. alla quale drittura viene anco à terminarsi in lett.D.In modo eguagliandosi la distanza dall'ago al punto D.quanto le due miglia e mezzo,che furono prese dalla detta scaletta, e così andãdoli volgẽdo il regolo cõtro l'ago à drittura di luogo in luogo,e di mano in mano secõdo le relationi delle distanze,che vengono indicate da persone sicure,e del paese,e tutte quelle applicate proportionabilmente, mentre dalla scaletta di miglia quelle s'andaranno disponendo nel foglio di carta, che resta spiegata nella detta tauola,come i termini attorno attorno mercati di lett, B,C,D,E,F,G. si farà con tal

Y opera-

operatione risoluta la propositione;auertendo dopò disposto il tutto, che ritrouãdosi fiumi,ponti,paludi, boschine, ed ogn' altra cosa rimarcabile trà la detta Città,e borghi,quelli similmente disegnarli à suoi luoghi precisi,ed è anco necessario indicare il tal borgo, che resta à leuante, ò à ponẽte per aggiustare la carta dopò disegnata nel giusto suo essere,e positura delli detti luoghi con la detta Città.

In altro modo si potrà anche prattichevolmente risoluere la propositione, v.g. fà bisogno alloggiare vn'Armata in cinque,ò sei villaggi, vicini gl'vni all'altri, e dopò fatta l'elettione d'vno per l'alloggiamẽto del Generale, ed officiali maggiori dell'Armata seruirà di centro per accertare tutti gl'altri,e fusse per esempio lett. A. e fatto in essa centro si cõstituirà ad libitum il picciolo circolo AB. e dal punto AB. si produrrà la retta AH. sopra della quale si mercarà tante volte la quãtità di AB. quãte sian necessarie, come mercano i numeri 1.2.3.4.5.6. e ciascheduna di queste dinotaranno miglia,leghe,hore,ò altre cose simili, producendosi da ciascheduno termine d'esse tanti circoli,che rimarãno egualmente distanti l'vno dall'altro;hor supponendosi il primo villaggio sia lett. A. ed è bisogno accertare il secondo C. e si dice dal primo al secondo esserui due miglia,

fac-

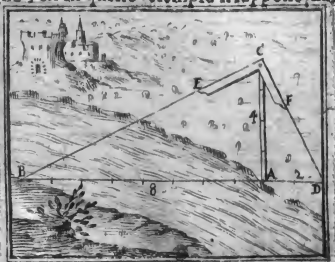
faccisi perciò vn punto ad libitum sopra il secondo circolo come lett. C. e da qualcheduno, che sia prattico del paese s'haurà l'informatione quanta distanza è trà CD. ed AD. e si dice AD. trè miglia, e CD. due, e mezzo pigliasi due parti, e mezzo, mercati sopra la retta AH. e fatto centro in punto C. s'incrociarà il terzo circolo in punto D. termine del terzo villaggio, e da questo hauutone anche l'informatione della distanza del quarto villaggio E. e ad esso al primo, cioè ed AE. di quattro, e DE. di miglia $4\frac{1}{2}$ togliẽdosi dalla scaletta AH. e fatto centro in punto D. si parti, $4\frac{1}{2}$ secarà cõ tal quãtità il quarto circolo in punto E. e ritrouandosi dal

quarto E. al quinto F. miglia 6. e dal punto F. al punto A. miglia 5. dopò tolta la quantità di parti 6. e fatto centro in punto E. si farà incrociare il quinto circolo in punto F. e dal detto villaggio all'altro G. si dice esserui $5\frac{1}{2}$ miglia e dal punto G. al punto A. sei miglia, e tolte parti $5\frac{1}{2}$ e fatto centro in punto F. l'incrociarà anche il sesto circolo in punto G. e sarà compita l'operatione, e dopò terminate le distanze proportionatamente dall'vno all'altro villaggio si scriuerà il nome à ciascheduno, e notarà à suoi luoghi ogni cosa rimarcabile, e restarà resoluta la propositione.

Come si possi accertare con semplice squadra la larghezza di qual si sia cosa, che il sito non permettesse misurare.

Cap. XXI

OCcorrerà molte volte al nouo soldato di far fare sopra fiumi, ponti con ogni prestezza per passare l'Armata sia per fuggire con quelli giornata, ò fusse per tētare qualche impresa, ed il tempo non permettesse dilatione, e ritrouandosi il fiume insquassabile per passar persone, ed assicurarsi della larghezza del detto fiume, potrà in tal caso accer-

accertarne la detta larghezza con vna sola positione, mediante l'vso d'vna semplice squadra, ed in difetto di quella cō vn mezzo foglio di carta, ò cartone ridotto ad Angoli retti. V.g. fusse la larghezza del fiume AB. incognita per sapere la quātità de barche, e camelli, ò sian cordoni per trauersare il detto fiume, e con quelli afficurare le barche, ò altra cosa simile per far il ponte, e dopò piātato perpendicolarmēte vn legno alla riua del fiume, come merca lett. A C. Il quale dourà esser riconosciuta la sua altezza, la quale non sarà meno da 4. in 5. piedi, e quanto più alta si potrà fare tanto più giusta riuscirà l'operatione ed applicata in capo la squadra C. che stia stabile, e nel termine di tutta l'altezza del detto legno, ch'in questo esempio si suppone dal

punto C.al punto A.vi fusse piedi 4.e dopò alzando, e bassando il braccio della squadra, ò sia cartone EC.tanto, ch'il raggio di CE. vadi à terminarsi all'altra riua del fiume, come merca lett.C,E,B. e senza rimouerla vedere l'altro braccio CF. oue va à ferire in terra, e fusse per esempio in punto D. In maniera che li due raggi BC. e CD. formino l'angolo BCD.retto, e dopò verrà misurata la quantità, che si ritroua trà il termine del piede del legno come lett.A. al termine oue il raggio CD. termina in punto D.e ritrouandosi di piedi 2.hor con regola di proportione dicendo se la quantità di AD. di piedi 2. mi dona piedi 4. di perpedicolare, che mi darà di base la detta perpendicolare CA. seguita l'operatione come nell'immargine risultarà la larghezza del detto fiume piedi 8. come lett.

p. 2. 4. 4.
4
2 | 16 | 8
0

AB.e questa viene verificata per la ottaua del sesto di Euclide per essersi construito il triangolo CAB. equiangolo e proportionale al triangolo CAD.auertendo ch'ogni volta il fiume, ò fossa si ritrouasse tanto larga che la base AD.risultasse dall'operatione minore d'vn piede, è bisogno in tal caso vedere quante oncie si ritrouarà la detta base, e li piedi 4. ò più che si ritrouarà hauere la perpendicolare AC.e ridurli parimente

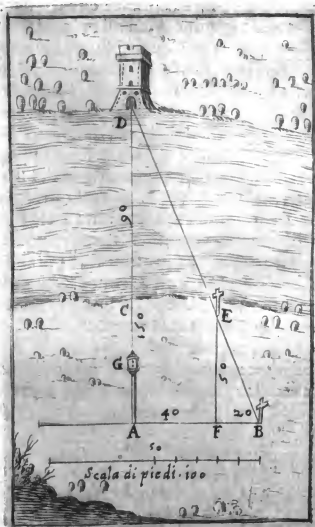
mente in oncie, e con tal ordine s'haurà precisamente ogni desiderata larghezza, purche l'operatione venghi esattamente osseruata, e restarà risoluta la propositione.

In altro modo mediante il quadro aggrimensorio si potrà risoluere la propositione.

Cap. XXII.

PEr esempio supposto CD. la larghezza del fiume nel quale luogo è bisogno di erigere il ponte, la prima cosa è necessario eligere vn termine prefisso dall'altra parte del detto fiume, come sarebbe qualche grosso albero, scoglio, casa, ò altra cosa simile, e fosse per esempio la torre D. hor col mezzo cerchio graduato, ò vero con altro instrumento geometro che in questo esempio si seruiremo del proprio quadro agrimensorio, si constituirà l'angolo retto DAB. dalla parte di qua del fiume; In modo che il lato AD. vada giustamente à ferire nella metà della porta della detta torre, come segno prefisso, e stabile, e prolongando la base AB. del detto angolo, ò alla dritta, ò alla sinistra, ò da quella parte che il sito permetterà più commoda l'operatione, e sopra essa si misurarà tanti piedi che basti-

no,e fusse v. g. sissanta piedi trà il termine A. e B. nel qual termine B. applicandosi il quadro AG.ed in suo luogo si piãtarà vna bacchettina dritta con vn pezzo di carta bianca in punta d'altezza di trè in quattro piedi,e che stia à piombo, e dopò s'aggiustarà il traguardo del detto quadro.In maniera che il raggio visuale vada à ferire anche nella metà della porta della Torre primo termine dell'operatione, come dimostrarà la retta BD.e doue il raggio verrà à terminarsi con la ripa del fiume,come lett.E. iui si piantarà altra bacchettina C. ed altra nel luogo prefisso del quadro,e riportando di nouo il detto quadro in qua, in là sopra la retta AB.fin tanto,che dopò l'essersi aggiustato vno delli traguardi alli punti AB.e senza rimouerlo dal suo essere, e l'altro, che forma l'angolo retto vada giustamente à ferire nel punto E,e con tal operatione si haura formato due triangoli proportionali,cioè il primo sarà DAB. ed il secondo EFB.Ciò fatto è di mestiere misurare la quantità della base FB. ed anche l'altro lato EF.e fusse. V.g.FB. piedi 20. ed il lato FE.piedi 50.e fù anche nota tutta la base AB. di piedi 60. In maniera che habbiamo trè termini conosciuti, con li quali è bisogno risoluere la propositione, e così ricorrendo alla regola di proportione cõmunemente detta del trè dicendo si FB.20.
pie-

piedi, mi da il lato FE. 50. che mi darà AB.
60. base del triangolo DAB. seguita l'operatione come nell'immargine il prodotto
sarà 150. piedi, e tanto è necessario che sia
il lato AD. dalla qual quantità abbassata

20—50--60-
60.
20| 3000 150
100/0
0
0

ne la distanza che trà il termine A. ed alla ripa del fiume C. che si suppone anco piedi 60. il rimanente, che sarà piedi 90. sarà la quantità de piedi, che conteneră la larghezza del detto fiume, il tutto viene appoggiato sopra la sesta propositione del sesto di Euclide potendonosi con tal operatione non solo misurare breui: mà anco lunghe distanze da vno ad vn'altro luogo, ed accertare altezze, e profondità: purche il termine D. venga sempre conosciuto dalli due raggi visiui AD. e BD. e l'angolo A. retto, che è quanto si era proposto di fare.

Data l'altezza d'vn muro accertar la lũghezza che dourà hauere la scala portatile per saglire quello.

Cap. XXIII.

PEr esempio egli è bisogno scaladare qualche muro per far la suppresa di qualche fortezza, e si ritrouasse quello d'altezza di piedi quindici, non è dubbio che facendosi le scale di piedi quindici di lunghezza, ed appoggiandole al muro col debito piede che si richiede per la sicurezza della saglita, quelle

quelle restarebbero troppo curte per poter conseguire l'effetto desiderato; per il che secondo l'altezza del muro è bisogno venghino aggiustate le scale, acciò dandoli il piede quelle restino appropriate alla saglita, osseruandosi per regola accertata, che il meno piede che si possi dar ad vna scala sia la terza parte dell'altezza del muro ò altra cosa, che sia bisogno saglire mediante vna scala portatile; In maniera che secondo la propositione dell'altezza di piedi 15. il terzo sarebbe piedi 5. e moltiplicādosi tutta l'altezza del detto muro, il suo moltiplice dirà piedi 225. e di nuouo moltiplicato à parte il piede, che dourà hauere la detta scala per hauer la saglita commoda, e si dice la terza parte dell'altezza, che sono piedi 5. l'auuenimento sarà 25. li quali vniti con li piedi 225. summano in tutto piedi 250. la radice del quale dirà piedi $15\frac{25}{30}$ che vogliono inferire piedi $15\frac{3}{4}$ in circa, il tutto come nell'immargine, e tanto si douranno fare di lunghezza le dette scale come merca l'altezza del muro AB, ed

15 5
15 5
75 25
15
225
25
250
1(25
250
1 5 25/30
2

AB. ed il piede della saglita AC. è la scala

B C. Auertendo il nouo Soldato, che quando fusse commandato ad accertar l'altezza di qual che riparo, si deue quella considerare perpendicolarmente come lett. AB. e non per il filo della scarpa, che si ritrouasse hauer alle volte il detto muro, e dopò che si sarà assicurata di quella, aumentarli sempre qualche cosa di più per l'errore, che sarebbe potuto seguire, massime non essendo permesso l'esecutione per il più che à vista d'occhio per non ponersi in pericolo d'esser conosciuto, e scoperto il disegno, ed alle volte viene anche mandata per via di qualche spago, ch'anche potrebbe errare colui, che pigliò la misura per esser forsi stata fatta l'esecutione la notte, ò vero per paura d'esser scouerto, e quantunque auuenga dell'vna, ò dell'altra maniera, sempre si dourà aumētare la lunghezza di qualche cosa di più, ed accertata poi s'osseruarà la regola accennata, la quale è fundata sopra la 47. propositione del primo libro di Euclide, e restarà risoluta la propositione.

Come

Come si possi con l'aggiuto della seguente tauola, accertare la proportione, che hà il lato, con il semidiametro delle noue figure regolari.

BEnche nella prima parte alla propositione LXXI. fogli 192. si sia dimostrato pratticheuolmente, che il lato di qualsiuoglia figura essendo diuiso in sei parti eguali, ed assignandone di quelle al semidiametro tante quanti angoli dourà contenere la figura, che si propone disegnare, e con tal quantità formãdone vn circolo. Il quale poi presa la quantità delle dette sei parti, che forma il lato lo debbia diuidere egualmente in quante parti si desidera, cioè stato detto per auualersene in qualche vrgente necessità, oue non si potesse far di meno, e non ritrouandosi appresso qualche instromento matematico, e fusse di bisogno di construire con ogni prontezza qualche fortezza perche è vero che le sei parti assignate allo lato della figura hanno qualche proportione col semidiametro di quella, però per approssimatione, e non reale, per ritrouarsi frà l'vna, e l'altra linea parti dissuguali detti zanni, che perciò nell'operatione causarebbero sempre qualche poco di differenza nel compartimento della circonferenza, però è tanto poca che manco

se

ſe ne dourebbe far conſideratione, ad ogni modo affinche il nouo Soldato quando auualerſi voglia di tal prattica, la quale ageuola molto l'operatione; maſſime in tempo che ſi richiede diligenza, e preſtezza, porremo la qui ſotto tauola nella quale ſono regiſtrate le proportioni che ſi riguardono trà il lato, ed il ſemidiametro delle noue figure regolari, cominciando da quella di quattro ſino alla di dodici angoli, come merca la prima colonna; auertendo che la ſeconda colonna oue in capo è ſcritto (lati delle figure) vengono in eſſa regiſtrate le quantità proportionali de i lati delle dette figure con i ſemidiametri, e la terza oue è ſcritto (ſemidiametri delle figure) la proportione delli ſemidiametri con i lati di quelle.

E douendoſi hor ſeruire della detta tauola per diſegnare qualcheduna delle dette figure, e fuſſe v.g. quella di cinque angoli, la prima coſa è biſogno ricorrere alla regola del trè, e togliere il numero 20. che ſi ritroua nella ſeconda colonna ſotto il numero V, che vuole inferire la figura di cinque lati, e così dell'altre, e dicendo ſe 20. di lato mi da ſei parti eguali, che mi darà 17. di ſemidiametro, ſeguita l'operatione come nell'Immargine il prodotto ſarà parti cinque,

20--6--17
6
20 | 102 | 2
5 20
20

que,e due vintesime di parte.che vale tanto quãto vna decima parte d'vna di quelle parti integre, e così preso col compasso parti $5\frac{1}{10}$ quantità che dourà seruire per semidiametro si formarà vn cerchio, e dopò col compasso toltane la quantità d'altre sei parti quella diuiderà giustamente il detto circolo in cinque parti eguali,auertendo prima di darprincipio all'operatione far vna scaletta di parti eguali grandi picciole come si vuole, ed vna di quelle diuiderla in dieci parti eguali affin di poter togliere col compasso le parti integre, ed i zanni di quelle, e così s'osseruarà l'istesso metodo nell'altre rimanenti figure, e star anche auertito di porre sempre nella questione prima il lato che il semidiametro, come à dire se si volesse disegnar quella di 11. lati conuerrebbe operare così si 120.mi dà di lato sei parti che mi darà 213.di semidiametro,il prodotto sa $10\frac{13}{20}$ quantità spettante al serà parti midiametro,e sei simili al lato,e dopò formata la scaletta di parti eguali,vna di quelle si diuiderà in 20.altre particelle eguali dette parti del numero integro,ò vero zanni,e resterà risoluta la propositione.

Tauola delle proportioni, che hanno i lati delle noue figure regolari, con i semidiametri di quelle.

figure	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
lati delle figure	24	20	1	72	144	288	1440	120	480
semidiametri di dette figure.	17	17	1	83	191	421	2329	213	943

FINE.

Breue

BREVE
TRATTATO
DI
TRIGONOMETRIA.

Google

BREVE TRATTATO DI TRIGONOMETRIA.

GIà si sà, che non poco oscure rimaste sarebbero l' operationi mathematiche, quando l' aggeuólezza della Trigonometria, la quale come fundata sopra la qualità, e quantità de sinus, ch' altro non sono, che le proportioni trà gl' archi, e le loro sostendenti, come si dirà non hauesse data la chiarezza, e la perfetta cognitione attorno le dimentioni d' ogni genere di triangoli; essendo noto, che medianti trè cose accertate si può aggiongere alla determinatione d' ogni dubbio concernente à tal materia, che per non esser prolisso quando si hauesse à trattare dell'eccellenza sua si rimetterà il curioso all' inuentor di quella, e di tanti altri degni Scrittori concludendo solo, ch' altro non sia Trigonometria, che la vera dottrina, con la quale s' arriua alla debita quantità, e di-

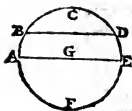
mentioni de triangoli tanto rettilinei, quanto curuilinei, ancorche dall' vltimi non se ne farà mentione per esser cosa astratta de lo che si deue trattare.

Auertendo esser imposibile seruirsi di tal prattica senza auualersi dell' vso delle tauole de *Sinus tangenti secanti*; per le quali ci seruiremo per più sicurezza nel presente trattato delle più moderne, e più corrette; e particolarmente dell' vltime poste in luce in Lione dal Libraro Claudio Rigaud l' anno 1628. notando, ch' in tutti i fogli contenuti nelle dette Tauole, sono intitulati *Sinus tangenti*, e *secanti*, e la prima pagina mercata in capo con numero o. vuole inferire la prima minuta, e discende fino alle 30. minute, la seguente nel piede registrata 89. gradi significa l' vltima pagina, perche le prime, cioè l' vna si, e l' altra no scorrono di lungo fino alli gradi 45., e dopò si torna à dietro fino al complimento di gradi 90. che si dice il *Sinus totale* di 100000., e così la terza pagina disegnata similmente in capo col numero o. rapresenta l'altre 30. minute, complimento del primo grado, il quale dourà esser diuiso in minute 60., come è stato detto nell' antecedente discorso della prima parte, e la quarta come penultima dinota il complimento di gradi 89., atteso ogni pagina rapresenta

senta solamente minute 30. per ciasche-
duna, seguita dopò la quinta pagina, che
dice vn grado, e mezzo, come si vede no-
tato in capo, e la sesta dinota gradi 88. $\frac{1}{2}$
la settima il complimento di due gradi, e
l'ottaua gradi 87. , e così in tutte l'altre
fino alli gradi 45. , e dopò retrogradan-
do, e repigliando quelle, ch'hanno i gra-
di notati nel piede, cioè 46.47.48.50. si-
no alli gradi 90; In maniera che secondo
l'esempi , che s'andaranno adducendo si
peruenirà alla debita cognitione, e modo
pratticheuole per auualersi delle dette
Tauole, come si dirà.

Disinitione I.

Che cosa sia arco, e corda detta sostendente.

L'Arco s'intenderà, secondo Euclide, vna portione circolare, la quale può esser la metà meno, ò più della metà della circonferenza, V. gratia la circonferenza B E F, viene diuisa per metà della retta A E, la quale passando per il centro G, si dice diametro, ed anche si dourà intender corda, o sostendente delle due eguali portioni A C E, ed A F E, e così la retta B D. che similmente seca il cercio in

due parti diſſuguali, e forma li due archi, cioè il maggiore BFD, ed il minore BCD, ſi dice ſoſtendente di due portioni ineguali.

Diffinitione II.

Che coſa s' habbia intender per ſinus.

IN diuerſe maniere s' hà d' interpretare il ſinus, cioè dritto, verſo maggiore, verſo minore, e totale, tangenti, e ſecanti.

Il dritto ſinus s' intenderà quella linea, che d' vna parte della circonferẽza vien à caſcare ad Angoli retti ſopra il diametro, e paſſando fuori del centro, diuide quello in parti diſſuguali, e ſi dice ſinus dritto tanto della maggiore circonferenza A E, quanto della minore E B, come merca la retta E F.

Il ſinus verſo maggiore è quella parte del ſemidiametro maggiore come lett. A E, che ſoggiace alla maggior circonferenza A C E, ed il ſinus verſo minore ſarà il ſupplimento del detto ſemidiametro, come lett. F B, e ſi congiunge in punto B. con la minore circonferenza

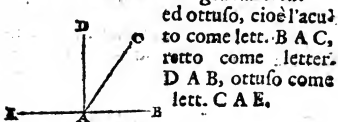
mer-

mercata di lett. E B.

Il ſinus totale è quella linea, che caſcando dalla circonferenza ad angoli retti ſopra il diametro, & paſſando per il cētro D, diuide il diametro A, B, in due parti eguali, ed anche fa il ſimile nel mezzo circolo A, C, B, come dinota la retta C, D, eguagliandoſi alla retta A, D, e D, B, e diuide il cerchio in quattro parti eguali. quando fuſſe intieramente diſegnato; Il ſinus tangente è la retta B, H, che caſca perpendicolare ſopra il diametro A, B, e tocca l'eſtremità del circolo in punto B, ed il ſeccante è la retta D H, che ſeca il mezzo circolo in punto E.

Difinitione III.

Che coſa ſian' Angoli.

GL'Angoli di qual genere ſi ſiano ſi douranno intendere per quella quantità, che reſta compreſa in due linee, le quali concorrendo ad vn punto formano vn'Angolo, e ſi diſtingue in tre ſpetie, acuto, retto,

ed ottuso, cioè l'acu-
to come lett. B A C,
retto come letter.
D A B, ottuso come
lett. C A E.

Difinitione IV.

Che cosa s'habbia ad intendere per la qualità, e quantità degl'Angoli.

E' Stato necessario per accertar la qualità, e quantità d'ogni sorte d'angoli nell'operationi della Trigonometria diuidere tutta la circonferenza in 360. parti eguali dette gradi, e ciascheduna in sissanta altre particelle dette minute, e la minuta in sissanta altre dette seconde, ed vna seconda in altre sissanta dette terze, e concorrendo linee della circonferenza al centro formano frà di loro angoli, ed abbracciandone ciascheduno di loro più, e meno delle dette particelle, quella s'intende esser la quantità, e per la qualità saranno acuti, retti, ò vero ottusi come nell'antecedente.

Difinitione V.

Che cosa s'habbia d'intendere per Triangolo.

IL Triangolo si dourà intendere vna figura superficiale formata di tre linee chiamate lati, e ponno essere construtti di linee rette, e curue, gl'vni detti rettilinei, e gli altri curuilinei, ed anche mischi angoli participando dell'vno, e dell'altro genere; si distinguono similmente in trè spetie, cioè ortogoni, oxigoni, ed ambligoni.

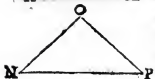
Gl'Ortogoni vengono composti d'vn angolo retto, e due acuti, come let. ABC, distinguendosi similmente i trè lati, cioè de i due, che abbracciano l'angolo retto B. l'vnò si dice base come lett. A B, e l'altro catetto come lett. B C, ed il lato A C. sostendente dell'angolo retto B. vien chiamato Ipotenusa.

Gl'angoli Oxigoni s'intenderanno per tali

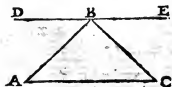
tali quelli,che vengono conſtrutti di trè angoli acuti come mercano lett. D E F.

E gl'angoli, che ſono detti Ambligoni ſono ſimilmente conſtruttl d'vn'angolo ottuſo, e di due acuti come mercano lett. G H I.

H
G I

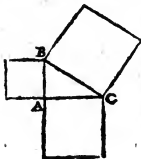
E da queſte trè ſorti d'angoli dependono l'altre due qualità d'angoli detti equilateri, ed Iſoſcelle; Il primo è conſtituito di trè lati, e trè angoli eguali, e ſi dice equiangolo come K L M. E l'altro di due lati, e due angoli eguali come lett. N O P.

Della natura degl'Angoli, e Triangoli.

Propositione I.

NON è dubbio veruno, che cascando vna rettalinea sopra altra rettalinea causaranno infrà di loro due angoli retti, ò vero eguali à due retti, come insegna Euclide alla decima terza propositione del primo, e per la 32. del medesimo raccolti trè angoli di qualsiuoglia triangolo sono ãnco eguali à due angoli retti. Per esempio dato il triangolo Isoscelle A B C, al quale aggiungendosi all'angolo B. la quantità delli due angoli A, e C, che stanno sopra la base A C, e sian queste due quãtità li due angoli A B D, e C B E, e gionta la retta D E. paralella alla base A C, e che passi giustamente per il punto B, è sicuro, che l'angolo D B A, resterà eguale all'angolo B A C, e l'angolo E B C. simile all'angolo B C A, e tutti trè gl'angoli eguali à due retti secondo la 29. propositione del primo di Euclide.

D B E
A C

In oltre in ogni triangolo rettangolo i quadrati delli due lati, che stanno attor-

no

no l'angolo retto ſono eguali al quadrato della ſoſtendente, ò lato oppoſto all'angolo retto per quanto inſegna la 47. propoſitione del primo di Euclide, come è ſtato detto. Verbi gratia ſuppoſto il triangolo rettangolo A B C, i quadrati A B A C, che formano l'angolo retto A. ſaranno eguali in quantità al quadrato B C. che ſi dice ſoſtendente dell'angolo retto A.

In tutti i Triangoli piani i lati ſi riſguardino in proportione con i dritti Sinus dell' Angoli, che li ſono oppoſti, e tutti i lati, che cõſtituiſcono angoli ſimili rimangono proportionali, e ſi riguardono d'vgual potenza in frà di loro secõdo la quarta, e trigeſimaterza del ſeſto di Euclide.

Propoſitione II.

EXempli gratia nel Triangolo A B C. il lato A B, oppoſto all' angolo C. ſi come ſi riſguarda con la quantità deil'arco D I. dell'angolo C. così K L. dell'angolo A.

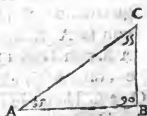
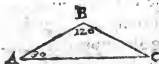
ed

ed N P. dell'angolo B. alli lati B C. ed A C, che li sono anche opposti. Il simile fanno i dritti sinus K M. dell'angolo A; I H. dell'angolo C. e B O, dell'angolo B. ritrouandosi infrà di loro con la medesima raggione, e con la medesima proportione, cioè nel modo si risguardano A M. con la A K. così A B. con la A Q, e come A M, alla M K. così A B. con B Q, e C H con H I, similmẽte C B con B A. ed I, C. alla A C, e così si dourà intendere d'ogn'altro triangolo.

In ogni triangolo rettangolo hauuta la cognitione d'vno degl'Angoli acuti s'haurà la cognitione dell'altri.

Propositione I I I.

POICHE viene verificato per la propositione 32. del primo di Euclide, che trè Angoli d'vn triangolo rimangono eguali à due retti, e nel triangolo supposto sempre hà vn'angolo retto composto di 90. gradi, non è dubbio, che li due altri rimanenti

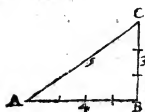
manenti è bisogno s'eguaglino all'altro angolo retto della medesima quantità, ne risulta da ciò, che mediante la cognitione d'vno di questi s'accertarà anche l'altro, mentre sottrahendosi l'angolo dato da nouantà gradi, il supplimento sarà l'angolo ricercato. Verbi gratia nel triangolo rettangolo A B C, l'angolo B. per esser retto è conosciuto di gradi 90. e si suppone l'angolo A di gradi 35., la qual quantità abbassata da gradi 90. che tanto douranno contenere li due angoli A C B, e C A B. l'auanzo, ch'è gradi 55. sarà la quantità aspettante all'angolo C.

Mà supponendosi il triangolo Isoscelle A B C; attorno il quale s'hà la certezza d'vno dell'angoli eguali sopra la base A C, e fusse verbi gratia l'angolo A di gradi 30. è bisogno raddoppiare detta quantità, che dirà 60. ed abbassarla da due Angoli retti, che sono gradi 180; Il supplimento, che sono gradi 120. s'assignarà all'angolo B. e così d'ogn'altro di simil natura; e per il cõtrario quando fusse noto solamente l'Angolo superiore B. di

di gradi 120. sottrahendo similmente detta somma da due Angoli retti l'auanzo, che sarebbe 60. gradi s'assignarebbe alla quantità spettante alli due Angoli sopra la base A C, che per ritrouarsi in frà loro eguali li toccarebbe gradi 30. per ciascheduno.

Auertendo, ch'ogni volta si douesse accertare la quantità contenuta attorno gl'Angoli d'vn triangolo scaleno, che per esser construito d'Angoli ineguali è necessario prima che sian noti due Angoli per ritrouar la quantità del terzo. Per esempio, che sia dato il triangolo scaleno A B C, e sian gl'Angoli A, e C, noti, cioè A di gradi 35. e C di gradi 28. non è dubbio, che per la cognitione di questi due Angoli s'arriuarà anche al contenuto dell'Angolo B; mentre che vnite assieme le due quantità date sommano ambi gradi 63. la qual quantità sottratta da 180. quātità di due Angoli retti, il residuo, che sarà gradi 117. sarà la quantità spettante all'Angolo B. e così d'ogn'altro.

In ogni Triangolo rettangolo piano essendono noti due lati si può accertare il terzo.

Propositione IV.

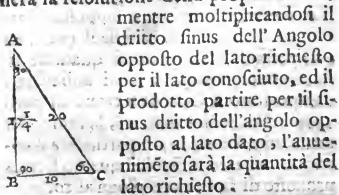
PER risoluere questa propositione, come già habbiamo detto, è bisogno ricorrere alla 47. propositione del primo di Euclide, atteso li quadrati delli due lati, che formano l'Angolo retto sono eguali alla sostendente di quello. Verbi gratia nel triangolo rettangolo A B C, s'hà notitia, ch'el lato A B. sia composto di parti 4. ed il lato B C. di parti 3. simili, hor quadrandosi il lato A B. il contenuto dirà parti 16. e facendo il simile di B C, il suo quadrato sarà di parti 9. ed vnite queste due quantità assieme diranno ambi parti 25. la radice del quale farà cinque parti, e tanto concluderemo debbia contenere il lato A C. come sostendente dell'Angolo retto B, e per il contrario restando nota la sostendente, ed vno delli lati attorno l'Angolo retto è di bisogno accertar l'altro

lato,

lato, e dopò quadrata la sostendéte A C, che si dice contenere parti cinque; dirà il suo quadrato parti 25. e supposto il lato C B, fusse il noto, e composto di parti 3. dopò quadrate risultaranno parti 9. le quali abbassate dal quadrato A C, che si trouò di parti 25. il residuo dirà parti 16; la radice del quale, che sono quattro parti, sarà il cõtenuto del lato A B, ch'è quanto si era proposto di fare, e così d'ogn'altro.

In ogni triangolo rettangolo piano essendo noto vn lato, ed vn'Angolo minore del retto, tutti gl'altri lati, ed il rimanente Angolo saranno anco noti.

Propositione V.

VEnendo dunque supposto il triangolo piano rettangolo ABC, e che l'angolo B. sia retto, non è dubbio, che gl'angoli A, e C, rimaneranno composti acuti, e minori del retto; e contenendo, verbi gratià, l'angolo A, gradi 30. per l'antecedente terza propositione restarà noto l'angolo C,

di gradi 60. Hor dato il lato B C. di piedi 10. s'addomanda per via di tal cognitione la quantità del lato A B, ed A C, non ancor conosciute; per il che s'otterrà la resolutione della propositione, mentre moltiplicandosi il dritto sinus dell' Angolo opposto del lato richiesto per il lato conosciuto, ed il prodotto partire per il sinus dritto dell'angolo opposto al lato dato, l'auuenimẽto sarà la quantità del lato richiesto.

Per esẽpio nel sudetto triangolo ABC, si dice contenere l'angolo A gradi 30. e l'angolo C, gradi 60. e la base BC, piedi 10. e dopò ritrouato nelle tauole il sinus dell'angolo C, composto di gradi 60. il quale dice 86603. ed il sinus dell'angolo A, di gradi 30. registrato similmente 50000. si moltiplicarà come nell'immargine il sinus dell'angolo C, per li piedi 10. e l'auuenimẽto si partirà per il sinus A; il prodotto, che sarà piedi $17.\frac{16030}{50000}$ sarà la quantità del lato AB, opposto

ang. A. ang. C.
50000 — 10 — 86603.
10
866030.

50000.) 866030. ($17.\frac{16030}{50000}$
36603 0
1603

posto all'angolo C, cioè di piedi 17. $\frac{1}{4}$ in circa, che tanto vale il numero rotto.

E douẽdosi hor accertare il lato AC, che resta opposto all'angolo retto B, l'operatione dourà seguire come infrà; cioè il sinus dell'angolo A, si ritrouò di 50000. ed il lato B C proposto di piedi 10; e l'angolo B, come retto sarà composto di gaadi 90. Il sinus del quale dirà 100000. e con regola di proportione dicendo, s'il sinus dritto dell'angolo A, di 50000. dona piedi 10. che donarà il lato opposto all'angolo retto B, che hà di sinus 100000. e moltiplicati 100000. per 10. l'auuenimento dirà 1000000. che ripartiti per il sinus 50000; il prodotto sarà piedi 20. quantità spettanti al lato A C, opposto all'angolo retto B, come nell'immargine; Auertendò d'osseruar il simile in ogni triangolo rettangolo, e restarà risoluta la propositione; ancorche si possa risoluere per la 47. propositione, come l'insegna nella propositione quarta del discorso.

A. C.
50000. — 10. — 100000.
10
1000000

1000000
50000 | .0000|0 | 20.
000

Mà quando attorno del detto triangolo non s'hauesse cognitione, che delli

due angoli A, e C, e del lato A C, e bisognasse ritrouare la quantità delli rimanenti due lati A B. e BC;In tal caso seruirà il lato AC. di semidiametro,sopra del quale necessariamente è di mestiere venga à cadere il sinus totale,che sarà la proportione, che si ritrouerà hauere il lato AB. con il lato A C.

Exempli gratia nel detto triangolo ABC, supposto il lato AC. di piedi 11. e l'angolo A, di gradi 30. e l'angolo C. di gradi 60. e li due lati AB, e BC. non ancor conosciuti, si dice per la cognitione di detto lato AC, e delli detti due angoli accertar anche gl'altri due lati AB, BC; e fusse il primo AB. mentre supposto AC, sinus totale di 100000. e ricorrendo nelle tauole de sinus per hauer il sinus dell'angolo C composto di gradi 60; Il quale si ritrouarà registrato di 86603. e con regola di proportione dicendo, se il sinus totale 100000. mi dà piedi 11. che mi darà il sinus dell'angolo C. di 86603. opposto al lato AB; conciosia che moltiplicato il sinus dell'angolo C, per li piedi 11. e l'auuenimento ripartito per il sinus totale 100000. come nell'Immargine;

Il

100000 - 11 - 86603.
11.
86603
86603
952633
100000 | 052633 | 9 $\frac{52633}{100000}$

Il prodotto sarà di piedi 9 $\frac{52633}{100000}$ Il qual numero rotto vuole inferire piedi 9 $\frac{1}{2}$ in circa, e tãto dourà contenere il lato AB, e volendo hauere il lato BC, si replicarà

100000 - 11 - 50000
11
50000
50000
550000
100000 | 050000 | 5 $\frac{50000}{100000}$

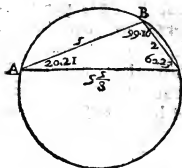
di nuouo, se il sinus totale 100000 m'hà dato piedi 11, che darà il sinus dell'angolo opposto A. di gradi 30. seguita l'operatione il valore sarà di piedi 5 $\frac{50000}{1000000}$ che vagliono giustamente piedi 5 $\frac{1}{2}$ e restarà risoluta la propositione.

In ogni Triangolo piano i lati corrispondono al sinus del lato, che gli è opposto.

Propositione VI.

Xempli gratia dato il circolo E A B C, nel quale fusse inscritto il triangolo piano ABC, e che'l lato A B. fusse sostendente dell'angolo A C B. non è dubbio, che la portione circolare ABC, riceuerà in se il triangolo ACB. In oltre il lato B C. per esser sostendente dell'angolo BAC, la portione circolare B C. riceuerà anche l'angolo ABC. e per vltimo seruendo il lato A C. per sostendente dell' angolo ABC. l'arco A B C. riceuerà similmente l'angolo A B C, dunque il lato A B. è bisogno corrispondi al lato B C nella forma, che la sostendente dell'angolo ACB. corrisponde alla sostendente dell'angolo BAC. In maniera che riconosciuti gl'angoli s'hauerà anche la ragione delli lati, e per conseguenza accertata la quantità dell'angoli con la quantità d'vn lato di qualsiuoglia triangolo indubitatamente si peruenirà alla cognitione dell'altri due lati del medesimo triangolo, che la quantità restasse incognita per qualche accidente.

Sup-

Supponendosi dunque, che l'angolo A, del dato triangolo ABC. contenesse gradi 20 m. 21, e l'angolo C. gradi 60. m. 23: e l'angolo B. gradi 99. m. 16. ed il lato A B, contenesse piedi 5. e fusse mestiere accertare la quantità dell'altri due lati A C, e BC. In primo luogo è bisogno ricorrere alle tauole de sinus tangenti, e secanti, e cercare nelle pagine, che retrogradono la quantità dell'angolo C, che si dice esser di gradi 60 m. 23, opposto al lato AB. dato di piedi 5. all'incontro del quale si ritrouerà registrato il sinus di 86935. e dalle prime pagine delle dette tauole si ricercarà anche il sinus delli gradi 20. m. 21. contenute nella quantita dell'angolo A; Il qual sinus si ritrouarà registrato di 34775. hor con regola di proportione si dirà, se 86935. sinus opposto al lato A B. mi dona piedi 5. che mi darà 34775. sinus opposto de lato BC. seguita l'operatione, come nell'Immargine,

86935 — 5 — 34775.

5

173875

86935 173875 2 1005/86935

01005

gine, l'auuenimento farà piedi 2. in circa quantità ſpettante al lato BC.

In ſecondo luogo per accertare il lato A C, oppoſto all'Angolo B. di gradi 99. m. 16. s'hà da ſtar auuertito, che per cauſa il detto angolo ſi ritroua maggiore dell'angolo retto, che tiene per aſcẽdente ſolamente gradi 90. quantità aſſignata al ſinus totale, il ſinus di gradi 99. m. 16. come maggiore del totale non ſi ritrouarebbe regiſtrato nelle dette tauole, ch'in tal caſo è biſogno ſeruirſi del ſupplimento, cioè abbaſſare li gradi 99. m. 16. della quantità di due angoli retti, che ſono gradi 180. Il rimanente dirà gradi 80. m. 44. [e ciò s'oſſeruerà per regola generale in ogni accidente ſimile] per cauſa, che la ſoſtendente, ò corda di tal quãtità può anche ſupplir al reſto della quantità di gradi 80. m. 44. che ſarà il complimento delli due angoli retti, che contengono la metà del circolo, di manierà che ricorrendo nelle dette tauole, ed alle pagine; che retrogradano, e ritrouati in eſſe li gradi 80. m. 44. s'hauerà all'incontro il ſinus di 98645. e ricorrendo di nuouo alla regola di proportione, dicendo . Se il ſinus dell'angolo A, di 34775. oppoſto al lato BC. è di piedi 2. che mi darà il ſupplimento del ſinus dell'angolo B. di 98645. oppoſto al lato

B C,

B C, e fatta l'operatione, come nell'Im-margine, seguiranno per il lato A C, piedi $5\frac{23516}{34775}$ Il qual rotto può valere $\frac{5}{8}$ d'vn piede in circa, e

$$34775 - 2 - 98695.$$
$$\frac{2}{197390}$$
$$34775 \frac{197390}{23515} 5\frac{23515}{34775}$$

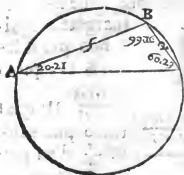
tutto assieme piedi $5\frac{5}{8}$ e restarà risoluta la propositione,

Dato vn Triangolo piano; ch'habbia dui lati, ed vn'Angolo conosciuto accertare gli altri due Angoli.

Proposirione VII.

Questa propositione è rouersa all'antecedente; perche si come l'angolo C, viene dato di gradi 60. m. 23. e resta opposto al lato AB, così il sinus dell'angolo A, resta opposto al lato BC; ma il sinus dell'angolo C. si ritrouò di 86935.ed il lato BC. di piedi 2. ed il lato AB di piedi 5. e l'angolo A ignoto s'addomanda dalla cognitione del sinus dell'angolo C, e delli due lati A B, e B C. l'vno di piedi 5. e l'altro di piedi 2. il contenuto de gradi dell'angolo A, e B, Verbi gratia il triangolo

ABC.

Digitized by Google

ABC. si dice esser noto, cioè l'angolo C, di gradi 60. m. 23. ed il lato AB. di piedi 5. ed il lato BC. di piedi 2. voglio ritrouare la quãtità delli gradi contenuti nell'angolo A, che perciò conseguire è bisogno moltiplicare il sinus dell'angolo C, che si dice esser 86935. per il lato BC. di piedi 2. e l'auuenimento dirà 173870. che ripartito per il lato AB, di piedi 5. la somma risultarà 34774. sinus dell'angolo A. come nell'Immargine; e ritrouata tal quãtità nelle tauole de sinus, ò al numero più approssimante all'incõtro mercarà gradi 20. m. 21. poco meno, e tanti gradi conterrà l'angolo A. Hor per ritrouare la quantità de gradi contenuto nell'Angolo B. vnite le due quantità dell'Angoli accertati A C, cioè l'vno di gradi 60. m. 23. e l'altro di gradi 20. m. 21. ambi summaranno gradi 80. minute 44. li quali abbassati da 180. quantità aspettante a due angoli

```
 86935
     2
------
173870 |
  2332 |0   34773
5
```

angoli retti il rimanante, che sono gradi 99. m. 16. sarà la quantità delli gradi contenuti nell'angolo B. come nell'Immargine, e così d'ogn'altro, e restarà risoluta la propositione.

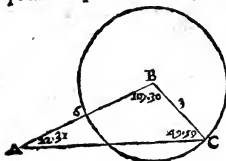
gradi	60- 23.
gradi	20- 21.
gradi-	80. 44.
gradi	180. 0.
	80- 44.
	-99- 16.

Conforme in tutti i Triangoli piani la somma de due lati ineguali si riferisce alla differenza delli medemi lati, così la tangente della metà della somma delli due angoli opposti alla tangente della differenza della somma meno, ò più della metà.

Propositione VIII.

Per esempio nel Triangolo obliquangolo A B C. dati due lati conosciuti, cioè AB. di piedi 6. e BC. di piedi 3. e l'angolo B. di gradi 107. m. 30. s'haurà per tal cognitione la quantità delli rimanenti due angoli A, e C. mediante la seguente operatione, che si dice in primo luogo douersi abbassare l'angolo B. da gradi 180. quantità contenuta di due angoli retti, il rimanente sarà gradi 72. m. 30. e diuisa detta

quan-

quantità per metà la parte dirà gradi 36. m. 15. la tangente di detta metà sarà registrata nelle tauole de sinus tangenti di

73323. ed vnite assieme le quantità delli due lati AB, e BC, l'vno supposto di piedi 6. e l'altro di piedi 3; ambi diranno piedi 9.

Hor'è d'auertire, che la proportione che hà la quantità delli due lati ritrouati di piedi 9. con la differenza di piedi 3. che è trà l'vno, e l'altro, così risguarda la tangente della metà della somma dell' angoli opposti di 73323. con la tangente del minor angolo A: E che sia il vero con regola di proportione come nell'imargine si piedi 9. quantità delli due lati mi donano 73323. tangente della metà delli due angoli A C, che mi daranno piedi 3. differēza trà li due lati, l'auuenimento sarà 219969. che ripartiti per li piedi 9. risultarà di

9 - 73323 - 3 -
3
219969
9 | 33300 | 24441

tan-

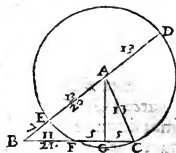
tangente 24441. differenza trà li due archi delli due angoli A, e C, la qual quantità dopò ritrouata nelle tauole de tangenti, ed all'incontro del detto numero 24441. ò il più approssimante si vedranno registrati gradi 13.m. 44. la qual quātità vnita poi con la metà del valore delli detti due angoli A, e C, che si ritrouò di gradi 36. m. 15. come di sopra summaranno gradi 49. m. 59. quantità spettante all'angolo C, e giunte assime le due quantità degl'angoli B C. l'vna di gradi 107. m. 30. e l'altra di 49. m. 59. ambi diranno gradi 157. m. 29. la qual quantità abbassata da due angoli retti, che vagliono gradi 180. il residuo, che sarà di gradi 22. m. 31. sarà la quantità spettante all'angolo A. come nell'Immargine, e restarà risoluta la propositione, cōcludendosi, ch'in ogni triāgolo piano obliquāgolo ritrouādosi due lati noti cō l'angolo compreso dalli medemi lati si potrāno anche accertare li rimanenti altri due angoli, ancorche d'inegual quātità si ritrouassero infrà di loro.

gradi	36-	15.
gradi	13-	44.
gradi	49.	59.
gradi	107-	30.
gradi	49-	59
gradi	157-	29
gradi	180-	0.
gradi	157-	29
gradi	22-	31.

In

In tutti i Triangoli piani la proportione, c'hà il più gran laro con la somma dell'altri due lati, la medesima hà la differenza dell'altri lati con la parte secata del più gran lato cadendo la perpendicolare sopra.

Propositione IX.

SVpponendosi, verbi gratia, il triangolo ABC, attorno il quale restassero conosciuti i suoi lati, cioè AB piedi 20. A C 13, e BC piedi 21, e dopò fatto centro vn punto A, e della quantità del lato AC, come minore venga construito il cerchio ECD; Il quale seca il lato AB. in punto E, ed il lato BC. in punto F, e sopra la parte FC. dal punto A, cadesse la perpendicolare AG. diuidendo FG. per metà, s'addomanda quanto dourà contenere la parte maggiore BG. e la minore G C. della base B C, e li due residui esteriori B E, e B F. delli due lati AB. e B C, non conociuti, che prolongandosi il lato AB tanto che s'intercoppi co'l detto cerchio ECD. in punto D. non è verun dudbio, che i semidiametri A E, A C, A D, si ritrouaranno

ranno infrà loro d'vgual quantità per esser tutti terminati dal centro alla circonferēza, che secondo la definitione del cerchio è bisogno rimanghino eguali, mà il lato AC.è stato supposto di piedi 13; dunque il diametro E D. composto di due quantità eguali ad AC, è bisogno, che venghi terminato di piedi 26; ma fù anche proposto il lato AB. dl piedi 20. ritrouata la parte AE, eguale alla metà del detto diametro che sono piedi 13; dunque il residuo BE. è bisogno che sia piedi 7; complimento del detto lato AB. di piedi 20. Hor con vna regola di proportione dicendo, se'l lato BC. di piedi 21, opposto alla tutta AD. resta secato dal cerchio in punto E, e terminò la BE. di piedi 7. che secarà il detto cerchio nella tutta BD. cōposta di piedi 33 .al suo lato opposto BC. seguita l'operatione risultarà, che'l detto cerchio haurà secato la parte B F. di piedi 11; li quali abbassati

21 - 7 - 33

7

231

21 | 231 | 11

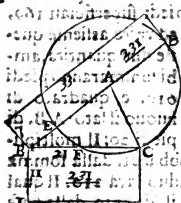
21

11

10

baſſati da tutta la quantità di B C. che ſi dice eſſer piedi 21, reſtaranno per la parte F C piedi 10; mà ſi dice la perpendicolare AG. diuideua per metà la parte FC, cõtenuta nel cerchio; dunque aſpettaran per ciaſcheduna parte F G, e GC. piedi 5; e gionta la parte FG. col reſiduo BF. di piedi 11, ambi diranno piedi 16. In maniera che reſtarà noto che la parte BG, maggiore del lato BC, è ſecata dalla perpendicolare A G. contenerà piedi 16; e la minore piedi 5. Eſſendo dunque dati trè lati d'vn'angolo piano obliquãgolo ſi conoſcerà anche la parte maggiore, ò minore ſecata del più gran lato, ſopra il quale cade la perpendicolare, atteſo i lati de i qaadrati, ch'infrà loro ſi riſguardano reciprocamente gl'vni a gl' altri è biſogno reſtino eguali, e reſtando eguali ſarà anche biſogno rimanghino proportionali infrà di loro, come ſi dimoſtrarà nel ſeguente eſempio. Exempli gratia ſupponendoſi il medeſimo triangolo del ſudetto eſempio ABC, e della quantità, della tutta B D, e del ſecamento B E fuſſe conſtruito il quadrato oblongo BED; cioè il maggior lato BD. di piedi 33. incluſa la gionta A D, ed il minore BE. di piedi 7, il ſuo moltiplice dirà piedi ſuperficiali 231; ſimilmente del lato BC, e della parte ſecata BF. l'vna

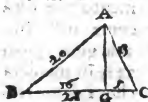
di

di piedi 21, e l'altra di piedi 11. delle quali constituendosi anche il quadrato B L C, l'auuenimento pur dirà come nell' Immargine, piedi 231; In maniera che i detti rettangoli rimangono eguali in potenza; dunque i lati è di mestiere si ritrouino reciprochi trà gl'vni, e gl'altri, e proportionali, ed il lato B C si risguarda con il lato B D, nel modo si risguardano i due segamenti B E, B E, e restarà risoluta la propositione.

Come si possa risoluere per altra via la sudetta propositione.

Propositione X.

SUpponendosi di nuouo il sudetto, triãgolo obliquãgolo ABC, ed è bisogno accertare la parte minore della base B C. segata dalla perpendicolare A G; In primo luogo si dourà quadrare la base B C, che si dice di piedi 21. il moltiplice del

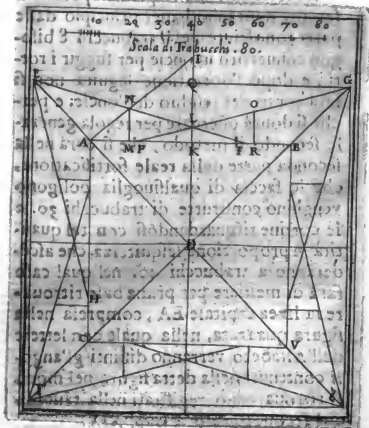
 quale

quale dirà piedi superficiali 441. di nuo-
uo moltiplicato il lato A C di piedi 13,
l'auuenimẽto sarà piedi superficiali 169,

ed vnite asſieme que-
ste due quantità, am-
bi summaranno piedi
610, e quadrato di
nuouo il lato A B, di
piedi 20; Il moltipli-
ce dirà 400. che abbassati dalla somma
di piedi 610; Il residuo sarà 210. Il qual
residuo partito per il doppio della base
BC, che sarà 42; il prodotto dirà piedi
5. e tanto sarà la parte secata GC. dal-
la perpendicolare A G. come il tutto
in Inmargine si vede notato.

Non è da dubitare, che dall'opera-
tioni, e propositioni antecedentemente
accennate, e risolute potrà il nuouo sol-
dato per poco versato che sia nelle ma-
tematiche vltimare ogni accidente di
Trigonometria, e particolarmente in
che aspetta per accertare le dimentioni
d'ogni linea contenuta in ogni poligono
tanto regolare, quanto irregolare, me-
diante trè cose conosciute, cioè, due
angoli, ed vn lato, ò due lati, ed vn'an-
golo, che per non dilatarsi in maggior
discorso passeremo alle dimostrationi, e
modo come auualersi nell'occasione d'
accertar ogni linea compresa nella con-
strut-

struttione della seguente figura quadrata, acciò serui d'indrizzo in tutti gl'altri poligoni.

Auertendo, che le prime operationi sempre douranno hauer principio dalle parti conosciute, e li trabucchi è bisogno conuertirli in oncie per fuggir i rotti, e dopò l'operatione seguita non si farà conto del residuo dell'oncie; e perche si dourà osseruare per regola generale secondo il metodo, che si darà nella seconda parte della reale fortificatione, che le faccia di qualsiuoglia poligono venghino construtte di trabucchi 30. e le cortine risguardandosi con tal quantità in proportione sesquiterza, che ascēderanno a trabucchi 40. nel qual caso farà di mestiere per prima base ritrouare la linea capitale EA, compresa nella figura quadrata, nella quale con lettere dell'Alfabeto verranno distinti gl'angoli contenuti nella detta figura nel modo si ritrouaranno registrati nella tauola del secondo libro a Cap. XIX.

Per esempio si dice la faccia EN, secódo la propositione contenere trabucchi li quali ridotti in oncie dicono oncie

2160, e gl'angoli EAN, ed ENA, l'vno di gradi 95. e l'altro di 55. ed è bisogno col mezzo della faccia conosciuta accertare la quantità della linea capitale

EA,

Prima operatione.

Sinus. oncie. Sinus
99619 — 2160 — 81915
2160
00000
491490
81915
163830
176936400
7731717 | 6
75847 | 5
610 | 0
1 3

1776 $\frac{13056}{99619}$

1776 | 24 $\frac{48}{72}$
72 | 33 | 8
| 4

E A, e ricorrendo alla propositione sesta del discorso s'haurà l'intento, e si ritrouerà essere detta quãtità di trabuc. 24 $\frac{2}{3}$. come nell'immargine, che tãto vagliono le oncie 1776. senza far conto del residuo, e secondo la medesima propositione s'ottenerà anche la quantità della

Seconda.

99619. 2160. 50000.
2160.

00000
300000
50000
100000

108000000

99619 | 083814814
411 0
13

sostendente AN. opposta alla metà dell' Angolo fiancato E. l'auuenimento 1084 $\frac{83004}{99619}$ del quale sarà oncie 1084. le quali ridotte in piedi manuali di oncie 8. l'vno fanno piedi 135 $\frac{1}{2}$ che vagliono trabucchi 15. p. o. oncie 4.

Hor per ritrouare la quantità del fianco NM. è bisogno auualersi della quantità conosciuta della sostendente AN. dell'angolo retto M. che si dice oncie 1084. per l'antecedente, e ricorrendo alla propositione quinta del discorso, come di-

Terza.

100000 - 1084 - 64279
1084

257116
514232
00000
64279

100000 69678436
967843 6
6784 3
4
78

696 $\frac{78436}{100000}$

nota l'operatione terza nel l'Immargine, resta noto il detto fianco di oncie 696. li

Quarta.

℞ 6 — 696 — 7
7

6 4872 812
01 0

quali ridotti in piedi di 8. oncie l'vno dicono piedi 87. e conuertiti di nuouo in trabucchi di piedi 9. l'vno, che tãto dourà esser composto il detto trabucco risultano trabucchi 9. piedi 6. è d'auertire s'in questa figura, come in tutte l'altre figure regolari, ch'il fianco con la meza gola douranno esser construiti in proportione come da sei à sette, come si dirà à suo tempo, e ritrouandosi il fianco N M. di oncie 696. si potrà con quello accertare la mezza gola A M. per maggior facilità senza obligo di sinus, mentre ricorrendosi alla regola di proportione, dicendo se

6. di fianco mi donano oncie 696. che mi daranno 7. seguita l'operatione come nell'immargine per la quarta operatione risultaran di mezza gola oncia 812. che vagliono trabucchi 11. p. 2. oncie 4.

Ma passando alla quinta operatione, e dalla cognitione hauuta del fianco MN. di oncie 696. si potrà anche accertare la sostendente N F. dell'angolo retto M, ed il lato MF, e sia verbi gratia il lato M F d'assicurar primo, e seguita l'operatione come nell'Immargine per l'antecedente quinta propositione del discorso, ne risultano oncie 2597. che vagliono piedi 324. $\frac{1}{8}$ di oncie 8. l'vno, e ridotti dopò in trabucchi di piedi 9. come di sopra dicono trabucchi 36. p. o. oncie 5. li quali abbassati dalli trabucchi 40. quantità stabilita alla cortina per ritrouarsi in proportione sesquiterza con la faccia del baloar-

Quinta.

25882 — 696 — 96593.
696
579558
869337
579558
25882 | 67228728 | 4
1546474 | 7
25233 | 1
194 | 13
2597 $\frac{15174}{25882}$

baloardo, il residuo dirà trabucchi 3. p. 5. oncie 7. quantità spettante al secondo fianco FR. E si potrà anche ottenere la sostendente NF. senza auualerci de sinus, atteso i quadrati de i lati attorno l'angolo

Sesta operatione.

2597.	696.
2597.	696.
18179	4176.
23373	6264.
12985	4176
5194	
6744409	484416
484416.	
7228825	

```
          1
        1 0
      4 9 6
    4 5 6 6 0
  3 8 6 2 4 2 0
  7 2 2 8 8 2 5
```

Radice. 2 6 8 5 $\frac{1960}{5370}$

4
52
536

retto restano eguali alla sostendente del detto angolo secondo la quarta propositione, e dopò seguita la sesta operatione, come

come nell'immargine, risultaranno per la detta sostendente NF. oncie 2685. $\frac{19600}{5370}$ senza far conto del zanno, che vagliono trabucchi 37. p. 2. oncie 5. e volendo accertare detta sostendente per via de sinus, s'osseruarà secondo il contenuto nella quinta propositione: Hor'aggiustata la detta quantità di NF. con la faccia EN, il prodotto sarà di trabucchi 67. p. 2. oncie 5. valore della linea di difesa radente EF, e della quantità ritrouata s'assignarà all'altre linee sue simili contenute nella detta figura quadrata, cioè BG, di quantità alla A E. M N. à R O. EF. alla PG, ed EN. alla OG. secondo la construttione, similmente essendo nota la cortina di trabucchi 40. e le due mezze gole ciascheduna di trabucchi 11. p. 2. oncie 4. ambe summaranno trabucchi 62. p. 5. oncie 0, quantità terminata per il lato interiore AB, la metà del quale, che saranno trabucchi 31, piedi 2. oncie 4, s'assignarà alla perpendicolare KD. eguale alla parte AK, ò sua simile BK.

Ed hor'essendo nota la perpendicolare KD. non è dubbio, che per la quarta, ò per la quinta propositione del discorso si potrà arriuare alla quantità del semidiametro interiore AD. come sostendente dell'angolo retto K, e faccio l'operatione secon-

ſecondo la quinta propoſitione per maggiormente dimoſtrare, che ſi può riſolúere in queſto particolare per via de ſinus ogni dubbio. Verbi gratia la ſoſtendente AD. ancorche incognita, ſia la ſua quantità, nulladimeno reſta oppoſta all'angolo retto K, e li lati AK, KD. attorno dell'angolo retto K. oppoſti l'vno all'angolo D, e l'altro all'angolo A: In maniera che'l ſinus totale dell'vno è riſguardeuole, e proportionale al ſinus totale dell' altro per la ſecōda propoſitione, ed oprādo nel modo inſegna la detta quinta propoſitione, dicendo ſe'l ſinus di gradi 45. quantità ſpettante all'angolo A, ò ſuo ſimile D. che è 71325. [ſecondo le tauole accennate] oppoſto al lato KD, ò vero à ſuo ſimile AK, che poco importa l'vno dall'altro mi dona oncie 2252. che mi darà il ſinus 100000, che vagliono gradi 90. quantità contenuta nell'angolo retto

Settima

Settima.

71325 — 2252 — 100000.
2252.

200000.
500000
200000
200000

2252000000
1122555/5 3157 $\frac{26975}{71325}$
71325 | 40922 /7
1526 /9
/26

H. opposto al lato AD. ſeguita l'operatione come nell'immargine riſultaranno per il detto lato AD. oncie 3157. che ridotto in trabucchi di piedi 9. l'vno vagliono trabucchi 43. p. 5. come il tutto ſi vede nella ſettima operatione; la qual quantità aggionta alla quantità della capitale AE, che ſi ritrouò di trabucchi 24. piedi 6. ambi diranno trabucchi 68. p. 2. quantità ſpettante al ſemidiametro eſteriore DE, ò ſuo ſimile DG, e così delli rimanenti à queſti eguali, e contenuti nella detta figura quadrata; In maniera che dalla cognitione del detto ſemidiametro ED, ritrouato di trabucchi 68. p. 2. peruenire-mo anche alla certezza della perpendicolare QD, e dell'altre ſue ſimili EQ, e QG, e ri-

e ricorrendo similmente all'vltima parte della quinta propositione s'haurà l'intento nel modo si vede notato nell'immargine

Ottaua Operatione.

100000 — 4912 — 71325.
4912.
142650
71325
641925
285300
3503484000

100000 — 0503484 — 003484 — 0484 — 0 — 00 | 3503 $\frac{48400}{100000}$

risultando il valore di ciascheduna delle dette perpedicolari di oncie 3503. $\frac{48400}{100000}$ che vagliono trabucchi 48. piedi 5. oncie 7. senza far conto del zanno, e ritrouandosi il lato esteriore E.G. della figura cōposta di due quantità simili, bisognarà contenghi, trabucchi 97. piedi 2. oncie 6. ed abbassandone da vna delle dette quantità di trabucchi 48. p. 5. oncie 7. il valore della perpendicolare KD. che fù ritrouata di trabucchi 31. p. 2. oncie 4. il residuo

siduo che sarà trabucchi 17. p. 3. oncie 3. s'assignarà alla parte K Q. complimento della perpendicolare DK. in la perpendicolare DQ. e duplicandosi il semidiametro esteriore DE. di trabucchi 68. p. 2. anche le quantità summaranno trabucchi 136. p. 4. quantità spettante ad ogni diametro, che passano per le punte de' baloardi, e che seruono à quelle di termine prefisso come lett. ES. e GT. similmente raddoppiandosi il semidiametro interiore AD. che fù ritrouato di trabucchi 43. p. 5. la somma dirà trabucchi 87. p. 1. e tanto dourà contenere ogni diametro interiore, che serue di termine ad ogn'angolo interiore della detta figura come AV. CB, e così s'haurà per via de sinus ritrouato il valore d'ogni linea principale contenuta nella figura quadrata come si vede registrato à piede del discorso; Il simile si dourà conseguire in ogn'altra di più angoli, mentre, piacendo à Dio, passeremo alla construttione del secondo libro, nel quale verrà compreso il metodo, ed indrizzo di ben disegnare li poligoni, ò figure regolari secondo i moderni, ed vso di ben fortificare. State sani.

Google

T			T.		
E A.	24. p.	6. on. 0.	K D.	31. p.	2. on. 4.
E N.	30 —	0 — 0.	A B.	62 —	5 — 0.
A N.	15 —	0 — 4.	A D.	43 —	5 — 0.
M N.	19 —	6 — 0.	E D.	68 —	2 — 0.
A M.	11 —	2 — 0.	Q D.	48 —	2 — 0.
M F.	36 —	0 — 5.	E G.	97 —	2 — 6.
N F.	37 —	2 — 5.	K Q.	17 —	3 — 3.
E F.	67 —	2 — 5.	E Q.	48 —	5 — 7.
E S.	136 —	4 — 0.	A V.	87 —	1 — 0.

TAVOLA

DE' CAPITOLI

Contenuti nella Trigonometria.

Definitione I.

In

Excellentiſs. Domine.

LEgi libenter iuſſu Excellentiſſimę Veſtræ librum, cui inſcribitur titulus, (*Indrizzo del Nuouo Soldato*) in quinque libris diuiſum, compoſitum ab Antonio Mauritio Valperga, in quo nihil inueni, quod Regali Iuriſdictioni aduerſetur, cũq: pariter liber prędictus proſit militibus, dijudico poſſe imprimi, niſi aliter Excellentiſſimæ Veſtræ videbitur. Neap. die 1. Decembris 1653.

Excellentiæ Veſtræ.

Seruus deditiſſimus

Michael Angelus Giptius

Viſa retroſcripta relatione. Imprimatur.

Caracciolus Reg. Trelles Reg.
Capyc. Lat. R. De Soto R.

Prouiſum per S. E. Neap. die 17. Octobris 1653.

Lombardus.

A01 1152083

Digitized by Google